Escuela Normal "José María Torres"

MATEMÁTICA

3er AÑO

Profesoras:

- *Roxana Boxler*
- *Andrea Cian*
- *Luján Hirschfeld*

Los números racionales

Las fracciones y sus significados

1 Calculen.

a) El 25% de 840.

b) Las tres cuartas partes de 2284.

c) El número cuyo 50% es 75.

d) Qué fracción de 198 es 44.

e) Qué porcentaje de 140 es 20.

f) Qué porcentaje de 20 es 140.

2 Compré un departamento de $36000: pago el 30% al firmar el contrato y el 20% en 6 cuotas iguales sin interés; luego, debo hacer un pago adicional del 15% y el resto lo pago en 60 cuotas con el 35% de incremento sobre lo que falta pagar. ¿Cuál es el valor aproximado de cada una de las 60 cuotas?

....

....

3 José tiene una empresa de alfombrados, y le encargaron alfombrar un salón de 630 m^2. A la mañana del primer día, alfombró $\frac{2}{7}$ del salón y a la tarde, $\frac{2}{5}$ del resto. Lo que falta lo dejará para el segundo día.

a) ¿Cuántos metros cuadrados le falta alfombrar?

b) ¿Qué fracción alfombró el primer día?

c) Si trabaja al mismo ritmo que el día anterior, ¿le alcanzará la mañana del segundo día para terminar con el trabajo?

Para leer y recordar

Recordemos, a través de algunos ejemplos, los distintos significados con los que podemos interpretar un número escrito en forma de fracción.

- ***Parte del todo:*** **"Me comí las dos quintas partes $\left(\frac{2}{5}\right)$ del chocolate" (dividí el chocolate en 5 partes iguales y me comí 2).**
- ***Relación entre cantidades:*** **"La relación entre las horas trabajadas por Juan y por Pedro es $\frac{5}{7}$" (cada cinco horas que trabaja Juan, Pedro trabaja 7).**
- ***Porcentaje:*** **"Pagué el 20% del precio total de un auto de $8000" (pagué $20 de cada $100 de los $8000 o pagué $\frac{20}{100}$ de $8000 = $\frac{\$8000 \cdot 20}{100}$ = $1600).**

Simplificación de fracciones

- **Si multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una *fracción equivalente* a la dada.**
- **El procedimiento que consiste en dividir el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número se llama *simplificación*.**
- **Cuando una fracción no se puede simplificar se llama *fracción irreducible*.**

Fracciones

Las fracciones pueden interpretarse de diferentes maneras, en este caso, como parte de un entero: expresamos la división de un entero en partes iguales, y son expresiones de la forma $\frac{a}{b}$, con a y b naturales y $b \neq 0$.

A todos los números que se pueden expresar mediante una fracción se los llama racionales.

Así, a es el numerador, el que indica cuántas partes del entero se toman, y b es el denominador, el cual indica en cuántas partes iguales se divide el entero. Es importante destacar el nombre de estos elementos: el denominador "denomina", es decir, le da nombre a la fracción.

Por ejemplo: $\frac{1}{4}$ tiene denominador 4 lo que nos indica que el entero está dividido en "cuartos" y el numerador "numera", en este caso, nos dice que tenemos uno de esos "cuartos".

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} a \longrightarrow \text{Numerador} \\ b \longrightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Equivalencia, simplificación y amplificación

En la actividad anterior, observamos que $\frac{3}{7}$ representa la misma parte de la cuadrícula que $\frac{18}{42}$, es decir que $\frac{3}{7}$ y $\frac{18}{42}$ son equivalentes.

Llamamos **fracciones equivalentes** a las fracciones que representan la misma cantidad.

Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

Simplificación: encontrar otra fracción equivalente dividiendo el numerador y el denominador por un divisor común.

$$\frac{18}{24} \overset{:6}{=} \frac{3}{4} \quad (:6)$$

Amplificación: multiplicación del numerador y denominador por un factor cualquiera distinto de 0.

$$\frac{3}{4} \overset{\times 3}{=} \frac{9}{12} \quad (\times 3)$$

Cuando al numerador y al denominador no se los puede simplificar más, la fracción obtenida es una **fracción irreducible**.

1. Escriban la fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ que tenga denominador 40.

2. Escriban la fracción equivalente a $\frac{6}{15}$ que tenga denominador 20.

3. ¿Cómo pueden 5 personas compartir 4 pizzas? ¿Cuántas maneras diferentes de distribuirlas en partes iguales hay?

4. En una pizzería, todas las personas comieron la misma cantidad de pizza por mesa, pero solamente de tres de las mesas no sobró nada de pizza. De estas, en la primera mesa, había seis personas y comieron cuatro pizzas; en la segunda mesa, eran ocho personas y comieron seis pizzas, mientras que en la tercera mesa, nueve personas comieron ocho pizzas.

a. ¿En cuál de las tres mesas cada persona comió más cantidad de pizza?

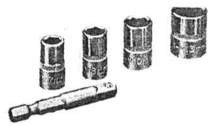
b. ¿En cuál de las tres mesas cada persona comió menos cantidad de pizza?

5. En el problema anterior, comparamos fracciones. Una manera de hacerlo es buscar fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Escriban en cada caso dos fracciones equivalentes, una de ellas debe ser irreducible:

a. $\frac{12}{16} = \ldots = \ldots$ b. $\frac{30}{24} = \ldots = \ldots$ c. $\frac{105}{120} = \ldots = \ldots$ d. $\frac{96}{128} = \ldots = \ldots$

6. Para ajustar tuercas, un mecánico utiliza llaves tubo. El mecánico tiene un juego compuesto por llaves tubo de las siguientes medidas en pulgadas:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{16} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{16} \quad 1$$



a. ¿Qué llave tubo utilizará para ajustar la tuerca más chica? ¿Y la más grande?

b. Ordenen las llaves tubo de menor a mayor.

Fracciones equivalentes con igual denominador

En el problema anterior, para ordenar las llaves tubo de menor a mayor, podemos buscar fracciones equivalentes con igual denominador. En este caso, podríamos elegir como denominador común el 16, como también el 32 o cualquier múltiplo de ellos.

$$\frac{1}{2} = \frac{8}{16} \quad \frac{1}{4} = \frac{4}{16} \quad \frac{5}{16} = \frac{5}{16} \quad \frac{5}{8} = \frac{10}{16} \quad \frac{3}{4} = \frac{12}{16} \quad \frac{3}{16} = \frac{3}{16} \quad 1 = \frac{16}{16}$$

Una vez encontradas todas las fracciones con igual denominador, solo debemos comparar los numeradores:

$$\frac{3}{16} < \frac{4}{16} < \frac{5}{16} < \frac{8}{16} < \frac{10}{16} < \frac{12}{16} < \frac{16}{16}, \text{ por lo tanto: } \frac{3}{16} < \frac{1}{4} < \frac{5}{16} < \frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4} < 1$$

7. Coloquen <, > o = según corresponda:

a. $\frac{5}{2} \ldots \frac{5}{3}$

b. $\frac{5}{7} \ldots \frac{4}{7}$

c. $\frac{4}{5} \ldots \frac{6}{5}$

d. $\frac{7}{4} \ldots \frac{9}{6}$

e. $\frac{4}{3} \ldots \frac{3}{4}$

8. Completen las siguientes conclusiones:

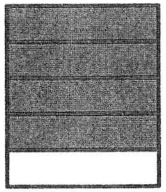
a. Si dos fracciones tienen el mismo denominador, la mayor es ....

b. Si dos fracciones tienen el mismo numerador, la mayor es ....

La actividad 13c puede analizarse de la siguiente manera:

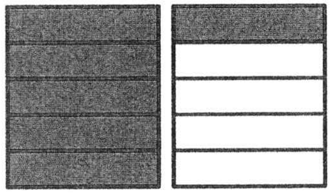
Es menor que el entero

$\frac{4}{5}$



Es mayor que el entero

$\frac{6}{5}$



A simple vista, nos podemos dar cuenta que una fracción supera al entero porque el numerador es mayor que el denominador. Entonces, si tenemos una fracción con estas características y otra que no, ya podemos compararlas sin buscar el mismo denominador.

9. Respondan:

a. ¿Qué parte de $1 representan 50 centavos?

b. ¿Qué parte de $1 representan 25 centavos?

c. ¿Qué parte de $1 representan 75 centavos?

Expresión decimal de una fracción

Toda fracción tiene una expresión decimal o número decimal.

En la actividad anterior, vemos que $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\frac{1}{4} = 0{,}25$ y $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Para saber qué número decimal representa una fracción, basta con dividir su numerador por su denominador.

$$\begin{array}{l|l} 1 & 2 \\ \hline 0 & 0{,}5 \end{array}$$

10. Escriban la expresión decimal que le corresponde a cada una de las siguientes fracciones:

a. $\frac{3}{10} =$

b. $\frac{8}{5} =$

c. $\frac{12}{20} =$

d. $\frac{1}{3} =$

e. $\frac{6}{15} =$

f. $\frac{3}{24} =$

3

Teniendo en cuenta la parte decimal, las expresiones se pueden clasificar en:

- **Finitas:** tienen una cantidad exacta de cifras decimales.
- **Infinitas:** tienen infinitas cifras decimales. Al analizar estas cifras, vemos que se repiten en forma periódica todas o una parte de ellas. Si toda la parte decimal es periódica, entonces, decimos que es periódica pura.

Pero si la parte decimal tiene una parte no periódica y otra sí, decimos que es **mixta**.

Ejemplos:

3,4 → Expresión decimal finita

2,151515151515..... = $2{,}\overset{\frown}{15}$ → Expresión decimal periódica pura

3,566666666666..... = $3{,}5\overset{\frown}{6}$ → Expresión decimal periódica mixta

Ahora tenemos una nueva estrategia para comparar fracciones, podemos usar las expresiones decimales correspondientes.

11. Encuentren una fracción comprendida entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{5}$.

12. Encuentren una fracción comprendida entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{5}$.

13. Encuentren una fracción comprendida entre $\frac{1}{5}$ y la hallada en la actividad anterior.

14. Encuentren tres expresiones decimales entre $\frac{1}{2}$ y 0,52.

15. Ordenen de menor a mayor las siguientes expresiones decimales: 1,9 — 1,99 — 1,899 — $1{,}\overset{\frown}{9}$.

16. Escribí las expresiones decimales equivalentes a cada fracción y clasificalas

a. $\frac{1}{2} =$ ________

b. $-\frac{1}{4} =$ ________

c. $\frac{1}{3} =$ ________

d. $\frac{3}{5} =$ ________

e. $-\frac{3}{10} =$ ________

f. $\frac{18}{10} =$ ________

g. $\frac{1}{6} =$ ________

h. $-\frac{9}{20} =$ ________

i. $-\frac{3}{6} =$ ________

17. Sin hacer cálculos, escribí las expresiones decimales iguales a cada fracción.

a. $\frac{3}{10} =$ ________

b. $\frac{567}{100} =$ ________

c. $-\frac{705}{10} =$ ________

d. $-\frac{7}{100} =$ ________

e. $\frac{44}{1.000} =$ ________

f. $-\frac{2.203}{100} =$ ________

Fracciones en la recta numérica

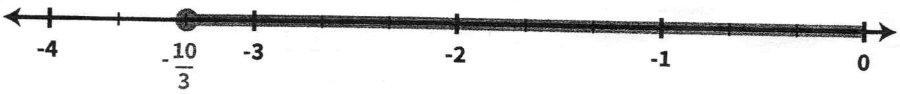
Los números decimales y las fracciones se pueden ubicar en la recta numérica con exactitud, solo hay que recordar que las fracciones representan una parte o más del entero.

$$\frac{a}{b} = \frac{\text{Nos indica las partes del entero que se tienen}}{\text{Nos indica en cuantas partes iguales dividir al entero}}$$

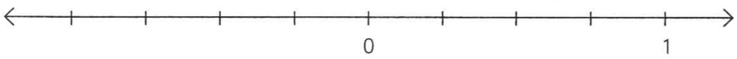
Ejemplo:

$\frac{3}{5}$ → Dividimos al entero en cinco partes iguales y tomamos tres de ellas

$\frac{10}{3}$ → Dividimos al entero en tres partes iguales y tomamos diez de ellas



1. Observá la siguiente recta numérica.



a. Ubicá $\frac{1}{2}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

b. Ubicá −1. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

c. Ubicá $-\frac{1}{2}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

d. Ubicá $-\frac{1}{4}$ y $-\frac{3}{8}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlos.

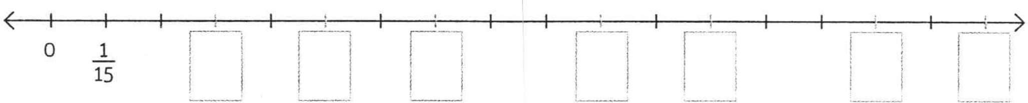
2. Escribí las fracciones opuestas a las dadas. Explicá cómo lo hiciste.

a. $\frac{1}{2}$ ______ b. $\frac{3}{4}$ ______ c. $-\frac{5}{3}$ ______ d. $\frac{11}{5}$ ______

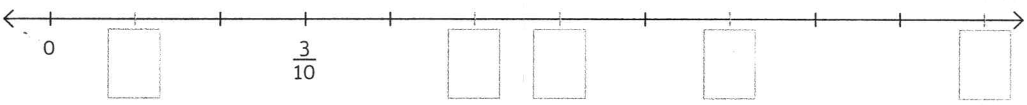
3. En tu carpeta, ordená de menor a mayor las ocho fracciones de la actividad anterior. Explicá cómo hiciste para ordenarlas.

4. Completá las casillas con las fracciones marcadas en las rectas numéricas.

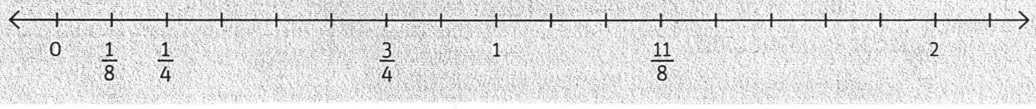
a.



b.

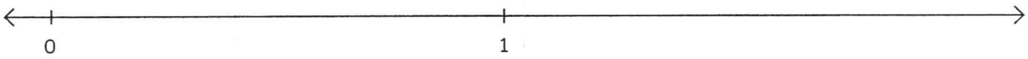


Para ubicar **fracciones en una recta numérica** se puede marcar primero dos números naturales consecutivos cercanos a las fracciones a ubicar, y luego dividir el segmento que une a estos dos números naturales en tantas partes iguales como resulte más cómodo para ubicar las fracciones. Por ejemplo, para ubicar fracciones que incluyen cuartos y octavos, conviene dividir cada unidad en 8 partes, para así ubicar un octavo en cada marca y un cuarto cada dos marcas.

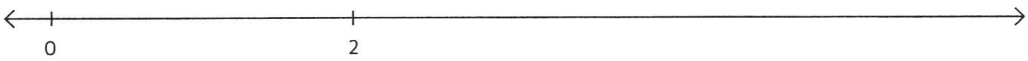


5. Ubicá los números que se indican en cada recta numérica.

a. $\frac{1}{2}$; 2; $\frac{3}{2}$.



b. $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{13}{4}$.



c. $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{10}{9}$.

6. Elegí la escala que consideres adecuada y ubicá en la siguiente recta numérica los números: 0; 1; $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{10}$ y $\frac{1}{2}$.

7. Completen las siguientes oraciones y den un ejemplo en cada caso.

a. Toda fracción negativa es .... que una fracción positiva.

b. Si ambas tienen el mismo signo e igual denominador, es .... la que tenga mayor numerador.

c. Si ambas fracciones son negativas, es ....la de menor valor absoluto.

8. Indiquen < ; > o = según corresponda.

a. $\frac{7}{3}$ .... $\frac{3}{7}$ c. $-\frac{3}{7}$ .... $-\frac{6}{8}$ e. $\frac{3}{7}$ 0,49

b. $\frac{10}{3}$ .... $\frac{10}{5}$ d. $-\frac{7}{6}$ .... $-\frac{9}{8}$ f. $\frac{7}{4}$ 1,75

Hemos visto que para comparar fracciones podemos:

a. Pasar a número decimal.

b. Ubicar en la recta numérica.

c. Buscar fracciones equivalentes con igual denominador.

9. Buscá tres fracciones que cumplan cada condición y explicá cómo las encontraste en cada caso.

a. Mayores que 1. ....

....

b. Menores que 1. ....

....

c. Entre 2 y 3. ....

....

10. Escribí cómo darte cuenta de que una fracción es mayor que 1 o menor que 1.

11. Buscá tres fracciones que cumplan cada condición y explicá cómo las encontraste en cada caso.

a) Mayores que 1: ☐☐☐

b) Menores que 1: ☐☐☐

c) Mayores que -1: ☐☐☐

d) Menores que -2: ☐☐☐

e) Mayores que 4: ☐☐☐

f) Menores que -8: ☐☐☐

12. Escribí las fracciones opuestas a las dadas.

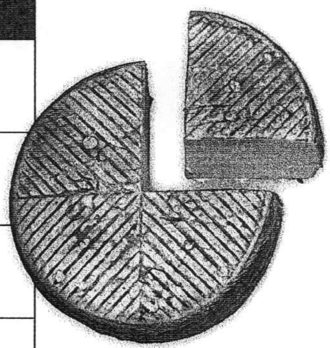
$\frac{1}{2} \rightarrow$ ☐ $\frac{54}{35} \rightarrow$ ☐ $-\frac{3}{7} \rightarrow$ ☐ $\frac{15}{4} \rightarrow$ ☐

a) Ordená de menor a mayor todas las fracciones dadas y sus opuestas.

b) Explicá paso a paso cómo hiciste para ordenarlas.

13. Decidí y marcá con una cruz si los siguientes números son mayores, menores o iguales que $\frac{3}{4}$. Luego, explicá cómo lo pensaste.

Número	Mayor que $\frac{3}{4}$	Menor que $\frac{3}{4}$	Igual que $\frac{3}{4}$	¿Por qué?
-0,75				
3,4				
$-\frac{6}{8}$				
$\frac{9}{12}$				
3,4				
-0,9				



14. Completá con <, > o = en cada caso, según corresponda, y justificá tu elección.

a) $\frac{1}{2}$ ◯ 0,37

b) $-\frac{1}{2}$ ◯ 0,35

c) $-\frac{5}{3}$ ◯ $-\frac{3}{5}$

d) $-\frac{7}{5}$ ◯ -3,08

DENSIDAD DE LOS NÚMEROS RACIONALES

1. Sabiendo que m es un número racional, ¿cuántos números existen entre m y $m + 1$? Justificá tu respuesta.

2. ¿Es cierto que 0,2 es el número que le sigue a 0,1? ¿Por qué?

- Compartí tus respuestas con tus compañeros y escribí una conclusión.

3. Encontrá, si es posible, tres fracciones entre $-\frac{2}{5}$ y $-\frac{3}{10}$ y explicá cómo lo hiciste.

4. Encontrá, si es posible, cuatro números que estén entre -4,51 y -4,5.

- Los números que encontraste, ¿son la única opción posible? ¿Por qué?

5. Explicá qué diferencia hay entre el conjunto de los valores de a y de b, sabiendo que $a > 3$ y $b \geq 3$.

6. Indicá si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y explicá por qué.

a) Existe un número natural entre -14 y -12.

b) Existe un solo número entero entre -14 y -12.

c) Existe una única fracción con denominador 4 entre -14 y -12.

d) -20,5 es el siguiente de -20,6.

e) Entre $-\frac{2}{5}$ y $-\frac{1}{5}$ existen infinitas fracciones negativas con denominador 15.

f) Existen infinitos números entre $\frac{1}{3}$ y -0,3.

Nombre y apellido: Curso: Fecha:

Fracciones y decimales

Para leer y recordar

Transformación de una expresión fraccionaria en una expresión decimal

Las fracciones pueden expresarse como números decimales, dividiendo el numerador por el denominador. Observen en los ejemplos tres situaciones que se pueden presentar.

$\frac{225}{5} = 45$	$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$\frac{2}{9} = 0{,}\widehat{2}$
Cuando el numerador es múltiplo del denominador, se obtiene un *número entero*.	Cuando se puede "terminar" la división llegando a un resto *cero*, se dice que la expresión decimal es *exacta*.	Cuando no se puede "terminar" la división y el resto se repite, se dice que la expresión decimal es *periódica*.

Transformación de una expresión decimal en una expresión fraccionaria

Expresiones decimales exactas

$$1{,}275 = \frac{\overbrace{1275}^{\text{El número decimal sin la coma.}}}{\underbrace{1000}_{\text{Un uno seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el número original.}}}$$

Expresiones periódicas puras

$$5{,}\widehat{76} = \frac{\overbrace{576}^{\text{Número decimal sin la coma.}} - \overbrace{5}^{\text{Parte entera.}}}{\underbrace{99}_{\text{Un nueve por cada cifra decimal periódica.}}} = \frac{571}{99}$$

Expresiones periódicas mixtas

$$7{,}9\widehat{56} = \frac{\overbrace{7956}^{\text{El número sin la coma.}} - \overbrace{79}^{\text{Parte no periódica (entera y decimal).}}}{\underbrace{990}_{\text{Un nueve por cada cifra decimal periódica. Un cero por cada cifra decimal no periódica.}}} = \frac{7877}{990}$$

7 Completen con la expresión que falte en cada caso.

Expresión fraccionaria	Expresión decimal
$\frac{5}{4}$	
$-\frac{3}{2}$	
	$5{,}9$
	$5{,}\widehat{9}$
	$0{,}1\widehat{89}$

Expresión fraccionaria	Expresión decimal
	$-12{,}95$
	$7{,}\widehat{896}$
$-\frac{10}{9}$	
$\frac{5}{6}$	
	$52{,}9\widehat{68}$

8 Completen con >, < o =.

a) $\frac{5}{8}$ $0{,}6$ c) $-\frac{7}{3}$ -2 e) $-2{,}\widehat{8}$ $-\frac{13}{5}$

b) $\frac{6}{9}$ $0{,}66$ d) $-0{,}9856$ $\frac{1256}{3257}$ f) $\frac{1}{7}$ $0{,}\widehat{14285}$

¡A pensar!

PIZZA LIBRE

1) En una pizzería ofrecen la promo "tenedor libre" a $150 por persona. Lucía, Tomás y Rocío decidieron ir a cenar, y probaron tres variedades: muzzarella, jamón y palmitos; cada pizza redonda estaba cortada en 8 porciones. Lucía comió 2 porciones de muzzarella, 1 de jamón y 1 de palmitos; Tomás comió 1 porción de muzzarella, 3 de jamón y 2 de palmitos; y Rocío comió 1 porción de muzzarella, 1 de jamón y 2 de palmitos.

Completa el siguiente cuadro indicando con fracciones las porciones de pizza que comió cada uno y responde:

	Muzza	Jamón	Palmitos	Total
Lucía				
Tomás				
Rocío				

a) ¿Cuántas porciones de muzzarella comieron los tres amigos en total? Indica una cuenta con fracciones que te permita resolverlo.

b) ¿Cuántas porciones de jamón comieron en total? Indica una cuenta con fracciones que te permita resolverlo.

c) ¿Y cuántas de palmitos comieron? Indica una cuenta con fracciones que te permita resolverlo.

d) Considerando todas las porciones que comieron entre los tres, sin discriminar por variedad de sabor, ¿cuántas porciones comieron?

2) Luego decidieron probar las pizzas de cuatro quesos y rúcula, las cuales tenían la misma forma y tamaño que las anteriores pero estaban cortadas en 12 porciones. Lucía comió una porción de cada tipo, Tomás dos de cuatro quesos y una de rúcula, y Rocío una porción de cuatro quesos y dos de rúcula.

Completa el siguiente cuadro:

	4 quesos	Rúcula	Total
Lucía			
Tomás			
Rocío			

Considerando todas las pizzas que pidieron durante la noche responde:

e) ¿Qué fracción del total de pizzas comió cada uno?

f) ¿Cuántas porciones de pizza comieron en total?

Operaciones con Números Racionales

Recordemos:

Los múltiplos de un número son aquellos que se obtienen al multiplicar un número por otro. Es un conjunto de infinitos números. Por ejemplo:

10 es múltiplo de 5 ya que se obtiene de hacer 5 . 2. Como consecuencia, el 10 es divisible por 5 y por 2.

3. Escriban:

a. Los primeros 10 múltiplos de 4

b. Los primeros 10 múltiplos de 6

Pinten con color los múltiplos que tienen en común ambos números.

c. ¿Cuál es el múltiplo más pequeño que tienen en común?

d. ¿Podemos encontrar el mayor de los múltiplos comunes? ¿Por qué?

Llamamos **MCM (Mínimo Común Múltiplo)** al menor múltiplo que tienen en común dos o más números.

4. Encuentren el MCM en cada caso:

a. 6 y 10 **b.** 4 y 9 **c.** 12 y 14

Los **divisores** de un número son aquellos que al dividir, dan resto cero o, dicho de otra manera, la división es exacta. Por ejemplo:

15 : 5 = 3 el 5 es divisor de 15

100 : 20 = 5 el 20 es divisor de 100

El conjunto de los números divisores es acotado, esto quiere decir que no son infinitos.

5. Encuentren todos los divisores de:

a. 25 **b.** 128 **c.** 33 **d.** 11

6. Completen:

Los números que tienen por divisores al 1 y a sí mismo se llaman .... y los que tienen .... son los compuestos.

7. Elaboren un cuadro con las reglas de divisibilidad.

Suma y resta

Para sumar y restar fracciones, debemos convertir a fracciones equivalentes con igual denominador y luego sumar o restar sus numeradores.

Ejemplo: $\frac{3}{7} + \frac{7}{3} =$

Para encontrar fracciones equivalentes de igual denominador, debemos hallar un múltiplo en común de estos denominadores.

MCM (7; 3) = 21

$\frac{3}{7} \xrightarrow{.3} \frac{9}{21}$ Multiplicamos por 3 al numerador y denominador

$\frac{7}{3} \xrightarrow{.7} \frac{49}{21}$ Multiplicamos por 7 al numerador y denominador

Ahora: $\frac{9}{21} + \frac{49}{21} = \frac{58}{21}$

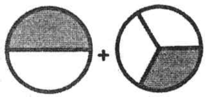
Esta cuenta es equivalente a la dada, por lo tanto, $\frac{3}{7} + \frac{7}{3} = \frac{58}{21}$

El mismo procedimiento lo podemos emplear para la resta o recordar que la sustracción es la inversa de la suma:

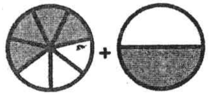
$$\frac{a}{b} - \frac{m}{n} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{m}{n}\right)$$

8. Completen en cada caso y resuelvan la suma como en el ejemplo:

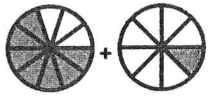
a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$



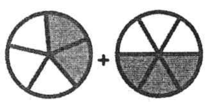
c. $\_ + \frac{1}{2} = \_ + \_ = \_$



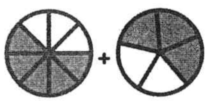
e. $\_ + \_ = \_ + \_ = \_$



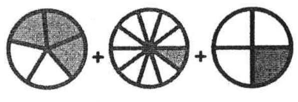
b. $\frac{2}{\_} + \frac{\_}{6} = \_ + \_ = \_$



d. $\_ + \_ = \_ + \_ = \_$



f. $\_ + \_ + \_ = \_ + \_ + \_ = \_$



Indiquen en qué casos el resultado es mayor que el entero.

a. ¿Qué fracción hay que sumarle a $\frac{5}{8}$ para llegar a un entero?

b. ¿Cuántos quintos son necesarios para que al sumarlos a $\frac{1}{2}$ podamos obtener el número decimal 1,5?

c. Si nos faltan $\frac{3}{4}$ para llegar a $\frac{7}{8}$, ¿desde qué fracción estamos partiendo?

Una forma de resolver la actividad anterior es utilizando la resta de fracciones. Por ejemplo, en el punto a debemos averiguar cuánto nos falta para llegar de $\frac{5}{8}$ al 1. Para esto, podemos restarle a uno, $\frac{5}{8}$ y encontrar la fracción buscada:

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

En este caso, el uno es equivalente a $\frac{8}{8}$, que al restarle $\frac{5}{8}$ obtenemos $\frac{3}{8}$.

En la resta, debemos tener en cuenta los dos casos, al igual que en la suma, resta con fracciones de igual denominador y resta entre fracciones con distinto denominador.

9. Completen con la fracción que falta:

a. $\frac{3}{4} - \frac{\square}{\square} = \frac{1}{8}$ **b.** $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{\square}{\square} = \frac{3}{10}$ **c.** $\frac{5}{4} - \frac{7}{8} + \frac{\square}{\square} = 2$ **d.** $1 - \frac{2}{9} + \frac{\square}{\square} = \frac{5}{3}$

10. Mateo y Abril están juntando dinero para comprarse una *tablet*. Mateo ya ahorró $\frac{7}{10}$ del precio y Abril $\frac{2}{5}$. ¿Pueden comprarse la *tablet*? ¿Por qué?

11. En un curso, $\frac{1}{2}$ de los alumnos aprobaron una evaluación con 8, $\frac{2}{7}$ con 7 y $\frac{1}{5}$ obtuvieron 10. El resto de los alumnos desaprobó.

a. ¿Qué parte de los alumnos aprobó?

b. ¿Qué parte de los alumnos desaprobó?

c. ¿Qué fracción de los alumnos obtuvo una calificación mayor de 8?

12. Para hacer un trabajo práctico grupal, los integrantes se dividieron las preguntas de la siguiente manera:

Integrante 1 = $\frac{3}{10}$ Integrante 2 = $\frac{8}{20}$ Integrante 3 = el resto

a. ¿Qué parte le corresponde al tercer integrante?

b. ¿Cuál de los tres hará la mayor parte del trabajo?

13. La sangre está compuesta por diferentes elementos, entre ellos el plasma y células. Si el $\frac{55}{100}$ corresponde al plasma. ¿Qué parte de nuestra sangre está formada por células sanguíneas?

14. Resuelvan:

a. $\frac{4}{7} + \frac{3}{5} =$ c. $\frac{11}{4} + \frac{3}{10} =$ e. $\frac{4}{3} - \frac{7}{2} =$ g. $-\frac{12}{5} - \frac{6}{8} =$

b. $\frac{8}{3} - \frac{1}{2} =$ d. $1 - \frac{7}{8} =$ f. $\frac{3}{12} + 2 =$ h. $-\frac{10}{4} + \frac{13}{7} =$

15. Resuelvan:

a. $\frac{8}{3} - \frac{5}{6} =$

b. $\frac{7}{9} - \left(-\frac{3}{7}\right) =$

c. $-2 - \left(\frac{1}{5}\right) =$

d. $3 - \left(-\frac{3}{5}\right) =$

e. $-\frac{7}{3} - 0 =$

f. $\frac{a}{b} - 0 =$

g. $0 - \frac{7}{3} =$

h. $0 - \frac{a}{b} =$

16. Resuelvan aplicando la propiedad asociativa y suprimiendo los paréntesis.

a. $-\frac{9}{9} + \left(-\frac{1}{10}\right) + \frac{2}{9} + \frac{7}{10} =$

b. $\frac{17}{3} + \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{13}{7}\right) + \frac{13}{7} =$

c. $-\frac{1}{30} - \left(-\frac{1}{9}\right) + 1 + \left(\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) =$

d. $\frac{3}{5} - \frac{1}{15} - 1 - \frac{2}{5} + \left(-\frac{1}{10}\right) + (-2) =$

e. $\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) =$

PARA SABER MÁS

$$-\frac{2}{5} + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{1}{3} - (+1) =$$

Signos $\neq$ $=$ $\neq$

$$-\frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - 1 =$$

Fracciones equivalentes con denominador 15

$$\frac{-6 - 5 + 3 + 5 - 15}{15} =$$

Asociamos negativos y positivos

$$\frac{(3+5) - (6+5+15)}{15} = \frac{8 - 26}{15} =$$

Operamos y simplificamos

$$-\frac{18}{15} = -\frac{6}{5}$$

17. Planteen y resuelvan la siguiente situación:

En un colegio, trabajan 150 docentes, de los cuales $\frac{1}{5}$ asisten en moto, $\frac{6}{15}$ en colectivo y el resto en auto.

a. ¿Cuántos viajan en moto?

b. ¿Cuántos viajan en colectivo?

c. ¿Qué fracción de los docentes viajan en auto? ¿Qué cantidad representan?

d. ¿Qué fracción del total no viajan en moto?

e. Si ingresan cinco docentes nuevos que caminan hasta la escuela, ¿qué fracción representan?

PARA SABER MÁS

En muchos casos, es práctico aplicar la propiedad **cancelativa**.

$-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{9}\right) - \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) =$ Suprimir paréntesis

$-\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} =$ Cancelar números opuestos

$\frac{3}{4}$

18. Abril le regaló a su hermano $\frac{1}{3}$ de sus figuritas y a su prima Camila $\frac{2}{7}$.

a. ¿Con qué parte de las figuritas se quedó Abril?

b. ¿Cuántas tenía al comienzo si al final se quedó con 64?

19. De los 24 alumnos de segundo año, $\frac{3}{4}$ practican habitualmente deportes.

a. ¿Qué parte de los alumnos no realizan ningún deporte habitualmente?

b. ¿Cuántos practican deporte?

Multiplicación

1. Todos los meses Matías ahorra $\frac{2}{5}$ de su sueldo.

a. ¿Qué parte tendrá ahorrada a los cinco meses?

b. Si su sueldo es de $7000, ¿cuánto dinero tiene al cabo de esos cinco meses?

Desde primaria, hemos aprendido que la multiplicación es una forma de abreviar las sumas. La actividad anterior seguramente lo han resuelto de diferentes formas, pensemos juntos alguna de ellas.

Camino 1:

Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

Si sumamos todo, obtenemos $\frac{10}{5}$ que al simplificarlo nos da 2 enteros.

Esto quiere decir que luego de cinco meses logró ahorrar dos sueldos enteros de $7000 cada uno, en total $14.000

Camino 2:

Sabemos que ahorra $\frac{2}{5}$ durante cinco meses.

$\frac{2}{5} \cdot 5 =$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{1} =$

Todo número entero se puede expresar como una fracción con denominador 1.

$\frac{10}{5} = \frac{2}{1}$

Simplificando

Ahorra dos sueldos de $7000 cada uno, un total de $14.000.

Multiplicación

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}$$

Ejemplo: $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{20} = \frac{5.9}{3.20} = \frac{45}{60}$

Simplificando el numerador y denominador por 5 obtenemos $\frac{9}{12}$ que se puede seguir simplificando por 3 y llegar a $\frac{3}{4}$ que es irreducible. Pero se podría simplificar antes de resolver la cuenta.

$\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{20} = \frac{5.\cancel{9}}{\cancel{3}.20}$ simplificando por 3 obtenemos $\frac{5.3}{1.20}$ también podemos hacerlo por 5 $\frac{\cancel{5}.3}{1.\cancel{20}} = \frac{3}{4}$

2. Resuelvan:

a. $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{49} =$

c. $-\frac{10}{21} \cdot \frac{7}{12} =$

e. $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} =$

g. $5 \cdot \frac{1}{5} =$

b. $\frac{4}{3} \cdot (-3) =$

d. $-\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{77}{14}\right) =$

f. $-\frac{11}{9} \cdot \left(-\frac{9}{11}\right) =$

h. $\frac{1}{10} \cdot 10 =$

3. Hallen la fracción faltante para que el resultado indicado sea correcto.

a. $\frac{2}{7} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{3}{2}$

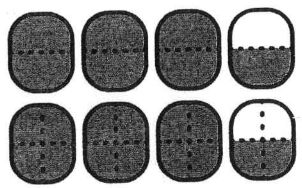
b. $\frac{\square}{\square} . 6 = \frac{1}{4}$

c. $-\frac{10}{3} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{2}{5}$

d. $-\frac{3}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = -\frac{12}{5}$

e. $10 \cdot \frac{\square}{\square} = 1$

División de fracciones

$3\frac{1}{2}$ kg de nueces ▸  ▸ $\frac{7}{2}$ kg

Bolsas de $\frac{1}{4}$ kg, 1 kg = 4 bolsas ▸ ▸ 14 bolsas de $\frac{1}{4}$ kg

Para calcular cuántos $\frac{1}{4}$ hay en $\frac{7}{2}$, debemos dividir $\frac{7}{2}$ entre $\frac{1}{4}$, y ya sabemos, por lo anterior, que:

$$\frac{7}{2} : \frac{1}{4} = 14$$

Para resolverlo analíticamente, podemos pensar que para dividir dos fracciones multiplicamos a la primera por la inversa de la segunda.

$$\frac{7}{2} : \frac{1}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{28}{2} = 14$$

La división es la operación inversa a la multiplicación. Por esta razón, es que podemos transformar la división en una multiplicación.

Para dividir, multiplicaremos por el inverso de la segunda fracción. El inverso de un número es aquel que al multiplicar da como resultado 1.

En lenguaje simbólico, definimos a la división de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$$

Ejemplos:

a. $\frac{3}{5} : \frac{7}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3.2}{5.7} = \frac{6}{35}$

b. $\frac{8}{3} : 5 = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

4. Resuelvan las siguientes situaciones de dos maneras diferentes:

a. ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{3}$ litro se necesitan para llenar un bidón de 3 litros y medio?

b. ¿Cuántas veces entra la fracción $\frac{1}{10}$ en $\frac{7}{5}$? ¿Y $\frac{2}{3}$ en $\frac{24}{9}$?

c. ¿Por qué fracción hay que multiplicar a $\frac{4}{5}$ para obtener $\frac{5}{4}$?

5. ¿Por qué pueden asegurar ahora que al multiplicar dos números, no siempre el producto es mayor que ellos? Den ejemplos de cada caso.

6. La decoración para la fiesta de fin de año en la escuela se repartirá en partes iguales entre seis cursos.

a. ¿Qué parte del trabajo le corresponde hacer a cada curso?

b. Los alumnos de segundo año se dividieron en cuatro grupos ¿Qué parte de la decoración le corresponde hacer a cada uno de ellos?

c. Maylen y sus cuatro amigas son de un grupo de segundo año. ¿Qué parte de la decoración le corresponde a cada una?

d. Si para adornar el patio hay que hacer 120 flores. ¿Cuántas le corresponden a cada curso y cuántas a Maylen?

7. Para una reunión, se compraron cinco pizzas. Si hay 20 invitados, ¿qué parte del total de pizzas le corresponde a cada uno de ellos?

8. Calculen:

a. $\frac{10}{3} : \frac{7}{2} =$

b. $\frac{21}{8} : 5 =$

c. $-\frac{4}{17} : -\frac{1}{7} =$

d. $\frac{10}{7} : (-4) =$

9. Resuelvan:

a. $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} =$

c. $\frac{5}{7} : 5 \cdot (-2) =$

e. $-\frac{17}{20} : \left(-\frac{2}{4}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right) =$

b. $\frac{12}{5} : \frac{7}{6} \cdot \frac{4}{7} =$

d. $-3 \cdot \frac{9}{10} : \left(-\frac{1}{5}\right) =$

f. $4 : 3 : (-2) =$

Operaciones con racionales

1. Calculá mentalmente las siguientes sumas y restas.

a. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$ ______

b. $\frac{3}{8} - \frac{1}{16} =$ ______

c. $1 - \frac{3}{8} =$ ______

d. $\frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{5}\right) =$ ______

e. $2 - \frac{5}{4} - \frac{3}{2} =$ ______

f. $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} =$ ______

g. $-3{,}6 + 5{,}99 =$ ______

h. $-1{,}9 - (-3{,}5) =$ ______

i. $2{,}55 - 3{,}65 =$ ______

2. En cada caso, proponé dos pares de números racionales para que se cumpla la igualdad.

a. $m \cdot n = \frac{4}{5}$ ______

b. $m \cdot n = 3{,}6$ ______

c. $m \cdot n = -\frac{4}{5}$ ______

d. $m \cdot n = -3{,}6$ ______

3. Completá las multiplicaciones con una fracción para que el resultado sea 1. Luego escribí una conclusión en tu carpeta.

a. $\frac{4}{5} \cdot$ ______ $= 1$

b. ______ $\cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = 1$

c. $\frac{1}{10} \cdot$ ______ $= 1$

4. Usá las multiplicaciones de la actividad anterior para completar las multiplicaciones de la izquierda. Luego completá la división de la derecha.

a. $\frac{4}{5} \cdot$ ______ $= 2$ $\qquad 2 : \frac{4}{5} =$ ______

b. ______ $\cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{1}{2} : \left(-\frac{7}{3}\right) =$ ______

c. $\frac{1}{10} \cdot$ ______ $= \frac{3}{4}$ $\qquad \frac{3}{4} : \frac{1}{10} =$ ______

Dos **fracciones** se llaman **inversas** si al multiplicarlas, el resultado es 1. Para que esto suceda, el numerador de una debe ser igual al denominador de la otra y deben tener el mismo signo.
Por ejemplo, $-\frac{1}{3}$ y -3 son inversas.

Para **dividir dos fracciones** se multiplica la primera por la inversa de la segunda.
Por ejemplo, $\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

Nombre y apellido: ______ Curso: ______

Partes de una herencia y el hombre que calculaba

–Somos hermanos –explicó el mayor de los hombres– y hemos recibido como herencia 35 camellos. Según la voluntad de mi padre, me corresponde la mitad de los animales; a mi hermano Hamed Namir, la tercera parte; y a Harim, el más joven, la novena parte. Pero no sabemos cómo realizar la división, y en cada intento de reparto propuesto, la palabra de uno de nosotros va seguida de la negativa por parte de los otros dos. Ni la mitad de 35 camellos (17 y medio), ni su tercera parte ni la novena de la cantidad en cuestión son exactas. Entonces, ¿cómo proceder a la división?

–Muy fácil –dijo el hombre que calculaba. Me comprometo a realizar con equidad el reparto, pero antes permítanme que junte a los 35 camellos heredados con este maravilloso animal que hasta aquí nos trajo.

Aquí intervine. ¿Cómo podremos seguir con nuestro viaje si perdemos el camello?

–Que no te preocupe, *bagdalí* –dijo en voz muy baja Beremís–, conozco bien lo que estoy a punto de hacer. Préstame el camello y verás a qué conclusión arribamos.

Su tono de seguridad hizo que le entregara mi hermoso *jamal* que pasó a engrosar la *cáfila* que sería repartida entre los tres.

–Amigos –dijo–, voy a hacer la división de los que ahora, como pueden apreciar, son 36 camellos, de manera justa y exacta.

Se volvió hacia el mayor de los hermanos:

–Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Ahora bien, recibirás la mitad de 36 y, por tanto, serán 18. No tienes reclamo que hacer, ya que sales beneficiado.

Se dirigió al segundo de los herederos:

–Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y un poco más. Entonces tendrás un tercio de 36, esto es, 12. Tú también sales con ventaja en esta división.

Por último dijo al más joven:

–Tú, joven Harim, tendrías que beneficiarte con una novena parte de 35, es decir, 3 camellos y parte de otro. Pero te entregaré la novena parte de 36, o sea, 4.

Luego terminó la cuestión con claridad:

–Debido a este generoso reparto que a todos ha ayudado, corresponden entonces 18 camellos al primero de ustedes, 12 al segundo y 4 al tercero, la suma da 34. De los 36 sobran 2. Uno, como bien saben, es propiedad de mi amigo aquí presente; y el restante es lógico que me corresponda a mí, por haber solucionado, en forma satisfactoria, este problema de la herencia.

–Eres inteligente, viajero –dijo el más viejo–, y aceptaremos el reparto con la confianza de que fue justo y equitativo.

El hábil Beremís hizo suyo uno de los más hermosos *jamales* del grupo.

Malba Tahan, *El hombre que calculaba*,
Buenos Aires, Pluma y Papel, 2008 (adaptación).

Actividades

1. **Reflexionar sobre la forma.** ¿Qué tipo de narrador presenta el texto?
2. **Reflexionar sobre el contenido.** Buscá fracciones equivalentes a las partes que le corresponden a cada hermano con igual denominador. ¿Podés saber por qué sobraban camellos?
3. **Interpretar y relacionar.** El hombre que calculaba agrega un camello haciendo un total de 36 camellos. ¿Por qué sí es posible hacer el reparto con 36 camellos y no con 35?
4. **Buscar información.**
   a. ¿Cuál era el nombre del hombre que calculaba?
   b. Interpretá, a partir del contexto, qué significan las palabras *bagdalí* y *cáfila*.

Interpretar problemas con fracciones

Algunos problemas en los que intervienen fracciones pueden resultar complicados de interpretar porque hay que considerar partes de otras partes, o bien las fracciones se refieren a enteros diferentes. Al leer un problema es importante considerar cómo están relacionadas las cantidades. En el caso de problemas con fracciones, hay que prestar especial atención para saber cuál es el entero al que se le están tomando partes. Consideremos la siguiente situación.

Una tarde, Carolina compró 35 caramelos e inmediatamente le dio $\frac{2}{5}$ de esa cantidad a su amiga Laura, y ella se comió $\frac{3}{7}$ de lo que le quedaba. Por la noche, su hermana mayor le dio más caramelos, tantos como $\frac{2}{7}$ de los que había comprado Carolina esa tarde. ¿Cuántos caramelos usó Carolina durante la tarde? ¿Cuántos le quedaron después de recibir los que le dio su hermana mayor?

Primero, interpretemos el problema. La primera fracción que se nombra, $\frac{2}{5}$, es una parte del total de caramelos iniciales, 35, mientras que la segunda fracción, $\frac{3}{7}$, indica una parte de otra cantidad: la de los caramelos que quedaron una vez que a los 35 se le quitaron los $\frac{2}{5}$. La última fracción está dada como una parte de la cantidad inicial de caramelos.

A continuación, podemos empezar a resolver el problema, haciendo los cálculos necesarios. Si Carolina tenía 35 caramelos y le convidó $\frac{2}{5}$ a su amiga, entonces le dio 2 veces $\frac{1}{5}$ de 35. La quinta parte de 35 se puede calcular haciendo $35 : 5 = 7$. Entonces $\frac{2}{5}$ de 35 es el doble de 7, es decir, 14. Por lo tanto, Carolina le dio 14 caramelos a su amiga Laura.

Los caramelos que quedaron son $35 - 14$, es decir 21. De esa cantidad, Carolina come $\frac{3}{7}$, que es igual a 9. Por lo tanto, esa tarde Carolina usó $14 + 9 = 23$ caramelos.

Después de los caramelos consumidos por la tarde, a Carolina le quedan $35 - 23$, es decir, 12 caramelos. Su hermana, luego, le regala una cantidad igual a dos séptimos de 35, que es 10. Por lo tanto, la cantidad final de caramelos que le quedan es $12 + 10 = 22$.

Actividades

1. Al calcular los caramelos que comió Carolina, ¿por qué se calcularon los $\frac{3}{7}$ de 21 en vez de los $\frac{3}{7}$ de 35? Indicá en qué parte del problema se aclara esta diferencia.
2. ¿Para qué se hace la resta $35 - 14$? ¿Y $35 - 23$?
3. Escribí qué debés tener en cuenta para interpretar un problema con fracciones.
4. Carolina, después de recibir los caramelos de su hermana, le dio $\frac{3}{11}$ del total de caramelos a su hermanito, luego le entregó a su mamá $\frac{1}{4}$ de lo que le quedó y finalmente le dio a su papá $\frac{1}{3}$ de los caramelos restantes. ¿Con cuántos caramelos se quedó Carolina? ¿Es verdad que, como $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{4}$, Carolina le dio más caramelos a su papá que a su mamá? Justificalo.

Nombre y apellido: ______________________ Curso: __________

1. En la ciudad de Chivilcoy (provincia de Buenos Aires), hay aproximadamente 60.000 habitantes, de los cuales $\frac{7}{20}$ son hinchas de Boca, $\frac{3}{10}$ son hinchas de River, $\frac{2}{25}$ son hinchas de San Lorenzo, $\frac{3}{50}$ son hinchas de Independiente y el resto de otros o simplemente de ninguno.

a. ¿Cuántos son hinchas de Boca?

b. ¿Cuántos son hinchas de River?

c. ¿Cuántos son hinchas de San Lorenzo?

d. ¿Y cuántos son hinchas de Independiente?

e. ¿Qué fracción del total son hinchas de otros o de ninguno? ¿Cuántos son?

Operador

En el problema anterior, utilizamos las fracciones como operador porque actúa sobre otra cantidad. Por ejemplo:

Para calcular $\frac{7}{20}$ de 60.000, tenemos que hallar las siete veinteavas partes de 60.000. Para ello, podemos dividir 60.000 por 20 para hallar las veinteavas partes y luego, multiplicar por 7. Como también podemos pensar que: en la expresión $\frac{7}{20}$ de 60.000, "de" significa producto o multiplicación, entonces resolvemos $\frac{7}{20}$ por 60.000, obteniendo el mismo resultado.

2. Si sabemos que tres de cada cuatro personas consumen helado en invierno, y la población en cierto pueblo es de 3800 habitantes; al poner una heladería, ¿cuántas personas, es de esperar, que concurran a dicha heladería?

3. Se realizó una encuesta para averiguar cuál es el deporte favorito de los adolescentes. Los resultados obtenidos fueron, considerando el total de encuestados, que cuatro séptimos prefiere fútbol; un quinto, básquet y 280 adolescentes, vóley.

a. ¿Cuántos adolescentes fueron encuestados?

b. ¿Qué parte del total de los encuestados prefiere vóley?

c. ¿Cuántos adolescentes de los encuestados prefieren fútbol y cuántos básquet?

4. Si las tres quintas partes de un número es igual a 48, ¿de qué número se trata?

5. Matías asegura que para calcular el 25% de un número alcanza con multiplicarlo por $\frac{1}{4}$; mientras que Maricel lo corrige diciendo que hay que multiplicar al número por 25 y luego dividir lo obtenido por 100. ¿Tiene sentido esta discusión? ¿Por qué?

6. El ingreso mensual de una familia es de \$18.000. Gastan $\frac{4}{9}$ en alquiler e impuestos, $\frac{4}{12}$ en comida, $\frac{1}{15}$ en ropa y calzado, y $\frac{5}{40}$ en nafta y transporte.

a. ¿Cuánto dinero destinan a cada rubro?

b. ¿Pueden ahorrar algo en el mes? Si es así, ¿cuánto?

7. En un estacionamiento hay 150 vehículos, de los cuales $\frac{1}{5}$ son motos; $\frac{6}{15}$, autos; y el resto, camionetas.

a. ¿Cuántas motos hay?

b. ¿Cuántos autos hay?

8. En un negocio de ropa están cambiando los precios en las etiquetas de las prendas. Para calcular los nuevos precios, multiplican los anteriores por $\frac{3}{4}$.

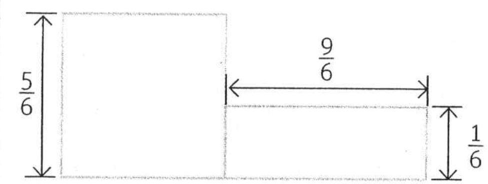
a. ¿La variación en los precios es un aumento o un descuento? ¿Por qué?

c. Completá la tabla.

Prenda	Jeans	Remeras estampadas	Remeras lisas	Camisas	Camperas finas	Camperas gruesas
Precio original (en \$)	440	160	120	248	372	528
Precio de oferta (en \$)						
Descuento (en \$)						

9. Un tren realiza $\frac{1}{5}$ de su recorrido, luego avanza $\frac{3}{4}$ más del resto del trayecto. ¿Qué parte le falta para completar el recorrido si este es de 250 km?

10. La figura está formada por un cuadrado y un rectángulo. Calculá el perímetro y el área.



Fracción de una cantidad

11. La superficie cultivada para la producción de manzanas en la provincia de Río Negro es de 28.700 hectáreas aproximadamente, de las cuales las $\frac{4}{5}$ partes corresponden al Alto Valle del río Negro.

a. ¿Cuál es la cantidad de hectáreas de producción de manzanas que corresponden al Alto Valle del río Negro?

b. ¿Qué parte de las 28.700 hectáreas de producción de manzanas corresponden a otras zonas de la provincia de Río Negro?

12. Según el Censo 2010, en la provincia del Neuquén hay una población de 540.000 habitantes, aproximadamente. De esa población, $\frac{2}{25}$ pertenecen a pueblos originarios o son sus descendientes. ¿Cuántos habitantes del Neuquén pertenecen o son descendientes de pueblos originarios?

En Neuquén el mayor grupo étnico de pueblos originarios es el mapuche, que quiere decir "gente de la tierra".

13. Liliana viajó a Córdoba y trajo de regalo para su familia una caja con 24 alfajores. En la caja, $\frac{1}{4}$ de los alfajores son de dulce de leche, $\frac{5}{12}$ son de chocolate y el resto son de fruta.

a. ¿Cuántos alfajores trajo de cada tipo?

b. ¿Qué parte del total son de fruta?

14. En cada caso, encontrá la fracción de la cantidad dada.

a. $\frac{2}{5}$ de 1.500 b. $\frac{4}{7}$ de 210

c. $\frac{5}{6}$ de 670 d. $\frac{3}{8}$ de 270

15. a. ¿Es cierto que para calcular $\frac{1}{7}$ de una cantidad se divide esa cantidad por 7?

b. Y si se quiere calcular $\frac{3}{7}$ de esa cantidad, ¿qué cuenta hay que hacer?

Decir "$\frac{1}{7}$ de 574" significa "la séptima parte de 574". Para calcular $\frac{1}{7}$ de 574 se hace: $\frac{1}{7} \cdot 574 = \frac{574}{7} =$
$= 574 : 7 = 82$.

16. a. Completá esta tabla en la que se calcula $\frac{5}{8}$ de cada cantidad.

Cantidad	340	784			5.000	
$\frac{5}{8}$ de la cantidad			25	630		5.000

b. ¿Es cierto que para calcular $\frac{5}{8}$ de una cantidad se puede multiplicar esa cantidad por 0,625? Es decir, ¿$\frac{5}{8}$ de 784 es igual a $784 \cdot 0{,}625$?

!

Para calcular una fracción de una cantidad se puede multiplicar la fracción por la cantidad. Por ejemplo, para calcular $\frac{3}{5}$ de 5.400, se puede hacer $\frac{3}{5} \cdot 5.400$. Como $\frac{3}{5}$ tiene una expresión decimal finita, $\frac{3}{5} = 0{,}6$, entonces $\frac{3}{5}$ de 5.400 se puede calcular haciendo $0{,}6 \cdot 5.400$.

Potenciación y radicación

1. Recordando la definición, expresen las siguientes multiplicaciones como potencias.

a. $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\square}{\square}^{\square}$ b. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}^{\square}$ c. $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\square}$

Potencia de una fracción

Elevar una fracción a un exponente, significa elevar el numerador y el denominador a dicho exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

¿Qué diferencia hay entre $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ y $\frac{3^2}{5}$?

El paréntesis es muy importante, ya que nos indica a qué números afecta la potencia.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \qquad \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$$

2. Hallen las siguientes potencias:

a. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$ d. $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$

b. $\left(\frac{7}{3}\right)^1 =$ e. $-\frac{3^3}{4} =$

c. $\left(\frac{2}{5}\right)^0 =$ f. $\frac{7}{2^5} =$

PARA SABER MÁS

La potencia de fracciones cumple las mismas propiedades que en los números enteros. Al elevar una base negativa a un exponente par, el resultado será positivo. Pero si el exponente es impar, será negativo el resultado.

3. Completen con los números necesarios, para que la igualdad sea verdadera:

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\square} = \frac{8}{27}$ c. $\frac{\square^4}{2} = \frac{1}{2}$ e. $\left(-\frac{3}{10}\right)^{\square} = \frac{9}{100}$

b. $\left(\frac{2}{\square}\right)^3 = \frac{8}{27}$ d. $\left(-\frac{5}{3}\right)^{\square} = \frac{625}{81}$ f. $\frac{2^3}{7} = \frac{\square}{\square}$

4. Unan con flechas según corresponda.

a. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3$ $\qquad$ $\frac{2}{3}$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$ $\qquad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^9$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\qquad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^6$

d. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{11}$ $\qquad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^8$

Las propiedades ya se trabajaron con los números naturales, pero se repasarán nuevamente.

- Potencia
  - Producto de potencias de igual base

$$a^n \cdot a^b = a^{n+b}$$ ✓

  - Cocientes de potencias de igual base

$$a^n : a^b = a^{n-b}$$ ✓

  - Potencia de otra potencia

$$(a^n)^b = a^{n \cdot b}$$ ✓

  - Distributiva de la potencia en la multiplicación o división

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$ ✓

  - Distributiva de la potencia en la suma o resta

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$ ✗

No se puede aplicar. La potencia no es distributiva respecto de la suma y la resta.

Además, recordemos:

- $a^0 = 1$ con $a \neq 0$ ✓
- $a^1 = a$ ✓
- $0^a = 0$ con $a \neq 0$ ✓

Completa:

Si la potencia es par, como multiplicamos una cantidad par de veces el número y el signo negativo, entonces el resultado es ...

En cambio, si el exponente es impar el resultado será ...

Para $a > 0$

a^{par} = positivo $\qquad$ a^{impar} = positivo

En cambio, para $a < 0$

a^{par} = positivo $\qquad$ a^{impar} = negativo

Potenciación de números racionales

5. Resolvé las siguientes potencias usando la multiplicación.

a. $(-5)^4 =$ ______

b. $(-8)^3 =$ ______

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 =$ ______

d. $\left(\frac{6}{5}\right)^3 =$ ______

e. $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$ ______

f. $\left(-\frac{12}{7}\right)^2 =$ ______

6. Clara leyó un libro de matemática que decía:

$5^3 : 5^7 = 5^{3-7} = 5^{-4}$ porque:

$$5^3 : 5^7 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$$

a. Explicá cada paso de lo que muestra el libro.

______

______

______

b. ¿Cómo se resuelve una potencia en la que el exponente es negativo?

______

______

Un número elevado a un **exponente negativo** es igual al número inverso de la base elevado al número opuesto del exponente. Es decir: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$.

$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ $\quad (3)^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$ $\quad \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

¡Cuidado! El exponente negativo no modifica el signo de la fracción, solo nos pide que trabajemos con el inverso. El signo de la fracción depende de que el exponente sea par o impar.

7. Resolvé las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^4 =$ ______

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$ ______

c. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} =$ ______

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$ ______

e. $4^{-2} =$ ______

f. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} =$ ______

g. $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-3} =$ ______

h. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ ______

i. $3^{-1} =$ ______

j. $-\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} =$ ______

La **potencia** cumple las siguientes propiedades, siendo $\frac{a}{b}$ un número racional y m y n números enteros.

$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$ $\quad \left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$

8. Calculen las siguientes potencias.

a. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)^1 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

c. $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

d. $(-0,4)^{-3} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

e. $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

f. $(-1,5)^4 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

g. $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

h. $(-0,125)^{-3} = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

i. $\left(\frac{7}{4}\right)^3 = \boxed{\frac{\ }{\ }}$

9. Resuelvan aplicando las propiedades de la potenciación, cuando sea posible.

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) =$ ______

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^5 : \left(-\frac{2}{5}\right)^3 =$ ______

c. $\left(-\frac{8}{3}\right)^4 : \left(-\frac{8}{3}\right)^3 =$ ______

d. $\left(-\frac{5}{3}\right)^4 + \left(-\frac{5}{3}\right)^5 =$ ______

e. $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 =$ ______

f. $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2 =$ ______

g. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-3} =$ ______

h. $\left(-\frac{1}{6}\right)^5 : \left(-\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{-2} =$ ______

i. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 =$ ______

j. $\left(-\frac{4}{3}\right)^7 : \left(-\frac{4}{3}\right)^5 - \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} =$ ______

10. Completen:

Número	Opuesto	Inverso
$\frac{3}{5}$		
	$\frac{1}{2}$	
		$-\frac{5}{2}$
	$-\frac{3}{4}$	
		8

11. Expresen, en lenguaje simbólico, y luego resuelvan:

a. El doble del inverso de tres quintos disminuido en dos séptimos

b. El inverso del opuesto de cuatro tercios

c. La suma entre el opuesto del doble de seis séptimos y el inverso de un quinto

d. La diferencia entre doce octavos y la mitad de seis novenos

e. El inverso del cociente entre nueve y dos tercios

Radicación de números racionales

12. Escribí, si es posible, el número que se indica en cada caso y analizá cuántas posibilidades hay. Justificá tus respuestas.

a. Un número que multiplicado por sí mismo dé $\frac{4}{9}$.

______

b. Un número que multiplicado por sí mismo dé $\frac{49}{64}$.

______

c. Un número que elevado al cubo dé $-\frac{27}{125}$.

______

d. Un número que elevado a la cuarta dé $\frac{81}{16}$.

______

e. Un número que elevado a la cuarta dé $-\frac{81}{16}$.

______

La definición de raíz es la misma para los números racionales que para los enteros: la raíz es la operación inversa de la potencia. Es decir que la **raíz de un número racional** es un número que elevado al índice de la raíz da por resultado su radicando.

$\sqrt[n]{a} = b$ si $b^n = a$

donde **n** es el **índice**
a es el **radicando**
b es la **raíz**

Por ejemplo: $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$, porque $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$.

No siempre la raíz de un número racional es un número racional. Por ejemplo, no existe un número racional que sea el resultado de $\sqrt{\frac{3}{7}}$, ya que no existe una fracción $\frac{c}{d}$ tal que $\left(\frac{c}{d}\right)^2$ dé $\frac{3}{7}$.

En esos casos se dice que el resultado es **irracional**, es decir, un número que no se puede expresar como una fracción.

La raíz de una fracción es equivalente a calcular la raíz del numerador y del denominador.

Esto se cumple ya que la radicación es distributiva con respecto a la división. Recuerden que la línea de fracción representa una división.

$$\sqrt[c]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[c]{a}}{\sqrt[c]{b}}$$

Ejemplos: $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$

$^{Par}\sqrt{\text{Negativo}} = \varnothing$ no tiene solución en enteros

La radicación cumple las mismas propiedades que en los números enteros.

- Radicación
  - Raíces consecutivas

$$\sqrt[n]{\sqrt[b]{a}} = \sqrt[n \cdot b]{a}$$

  - Distributiva de la raíz en la multiplicación o división

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

  - Distributiva de la raíz en la suma o resta

$$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} \quad \times$$

No se puede aplicar. La radicación no es distributiva respecto de la suma y resta.

13. Calculen, cuando sea posible, las siguientes potencias y raíces:

a. $\sqrt{\frac{49}{36}} =$

b. $\sqrt{-\frac{64}{100}} =$

c. $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} =$

d. $\left(\frac{3}{5}\right)^0 =$

e. $\left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$

f. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} =$

g. $\sqrt[3]{\frac{1}{64}} =$

h. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$

i. $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} =$

j. $\frac{7^{-2}}{3} =$

14. Algunas más…

a. $\left(\frac{7}{3} - 1\right)^2 =$

b. $\left(1 - \frac{7}{3}\right)^2 =$

c. $\left(1 - \frac{3}{2}\right)^{-3} =$

d. $\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} =$

e. $\sqrt{-\frac{16}{25} + 1} =$

f. $\sqrt{2 + \frac{49}{16}} =$

PARA SABER MÁS

El perímetro de cualquier figura se halla sumando todos sus lados, excepto en el círculo en la que debemos aplicar la fórmula , donde d indica el diámetro.

Para calcular la superficie de una figura, se usan diferentes fórmulas. En el caso del cuadrado y el rectángulo, recordemos la expresión **b . h** y en los triángulos es $\frac{\mathbf{b \cdot h}}{\mathbf{2}}$.

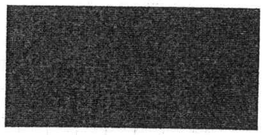
15. Hallen el perímetro y la superficie en cada caso.

a. Cuadrado

$\frac{3}{2}$ cm

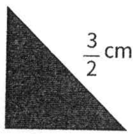
b. Rectángulo

$\frac{1}{3}$ cm



$\frac{7}{3}$ cm

c. Triángulo isósceles



$\frac{3}{2}$ cm

$\frac{2}{3}$ cm

16. Resolvé las siguientes raíces. Si no es posible, explicá por qué en la carpeta.

a. $\sqrt{\frac{4}{9}} =$ ______

b. $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} =$ ______

c. $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} =$ ______

d. $\sqrt[3]{-\frac{8}{125}} =$ ______

e. $\sqrt[3]{-\frac{1.000}{8}} =$ ______

f. $\sqrt{-\frac{16}{36}} =$ ______

g. $\sqrt[4]{-\frac{16}{81}} =$ ______

h. $\sqrt{\frac{2}{3}} =$ ______

i. $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} =$ ______

17. **Calculen, si es posible, las siguientes raíces.**

a. $\sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = \boxed{\frac{}{}}$

b. $\sqrt{-\frac{81}{25}} = \boxed{\frac{}{}}$

c. $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}} = \boxed{\frac{}{}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{16}{81}} = \boxed{\frac{}{}}$

e. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \boxed{\frac{}{}}$

f. $\sqrt{1,69} = \boxed{\frac{}{}}$

g. $\sqrt[3]{-\frac{512}{125}} = \boxed{\frac{}{}}$

h. $\sqrt[4]{\frac{625}{256}} = \boxed{\frac{}{}}$

i. $\sqrt[3]{\frac{343}{729}} = \boxed{\frac{}{}}$

18. **Completen los casilleros para que se verifiquen las igualdades.**

a. $\left(\frac{\boxed{}}{11}\right)^{-1} = -\frac{11}{5}$

b. $\left(\frac{8}{\boxed{}}\right)^{-1} = \frac{9}{8}$

c. $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\bigcirc} = -\frac{27}{8}$

d. $\left(-\frac{6}{5}\right)^{\bigcirc} = \frac{25}{36}$

e. $\left(-\frac{4}{9}\right)^{\bigcirc} = 1$

f. $\sqrt[\bigcirc]{\frac{1}{625}} = \frac{1}{5}$

g. $\sqrt[\bigcirc]{\frac{1}{128}} = \frac{1}{2}$

h. $\sqrt[3]{-\frac{\boxed{}}{64}} = -\frac{9}{4}$

i. $\sqrt[5]{-\frac{243}{\boxed{}}} = -\frac{3}{2}$

19. **Resuelvan aplicando propiedades de la radicación, cuando sea posible.**

a. $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} =$ ______

b. $\sqrt[3]{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{1}{9}} =$ ______

c. $\left(\sqrt[10]{\frac{1}{81}}\right)^5 =$ ______

d. $\sqrt[5]{\frac{81}{16}} : \sqrt[5]{-\frac{2}{3}} =$ ______

e. $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{4\,096}}} =$ ______

f. $\sqrt{-\frac{3}{5}} + \sqrt{-\frac{5}{3}} =$ ______

INFOACTIVA

Para **resolver un cálculo combinando las seis operaciones**, se debe tener en cuenta el orden de resolución de las operaciones, que es el mismo que para resolver los cálculos combinados con números enteros.

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} : \frac{3}{4} + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

1. Se separa en términos.

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{16}{9} - \frac{5}{12} \cdot \frac{24}{30} =$$

2. Se resuelven las potencias y las raíces.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{16}{9} - \frac{1}{3} =$$

3. Se resuelven las multiplicaciones y las divisiones.

$$\frac{6}{9} + \frac{16}{9} - \frac{3}{9} = \frac{19}{9}$$

4. Se resuelven las sumas y las restas.

En caso de que haya paréntesis y corchetes, se resuelven primero los cálculos que ellos encierran respetando la jerarquía de las operaciones.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

1. Se separa en términos dentro de los corchetes.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

2. Se resuelve el paréntesis.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{7}{6} - \frac{16}{81} + \frac{11}{54}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

3. Se resuelve la potencia.

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \left[\frac{189 - 32 + 33}{162}\right] \cdot \frac{5}{3} =$$

$$\sqrt[5]{\frac{1}{243}} : \frac{95}{81} \cdot \frac{5}{3} =$$

4. Se resuelven las sumas y las restas.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{81}{95} \cdot \frac{5}{3} = \frac{9}{19}$$

5. Se resuelven las operaciones según su jerarquía.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Es cierto que en una operación combinada con potencias y raíces se resuelve en primer lugar las multiplicaciones y divisiones?

b. ¿A qué es igual $-\sqrt[3]{1 - \frac{19}{27}}$?

c. En el cálculo $\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{512}} - \left(-\frac{5}{2} + \frac{7}{2}\right)^3$, ¿están bien separados los términos?

2. Planteen el cálculo y resuelvan.

a. El cuadrado de menos un cuarto aumentado en la tercera parte del opuesto de dos tercios.

$-\frac{23}{144}$

b. El producto entre diecisiete medios y la raíz cuadrada de la suma entre un tercio y el opuesto de menos trece novenos.

$\frac{34}{3}$

c. El cociente entre la raíz cúbica del opuesto de un octavo y el cuadrado de menos cuatro quintos.

$-\frac{25}{32}$

d. La décima parte del cuadrado de la suma entre el opuesto de un cuarto y un octavo.

$\frac{1}{640}$

3. Supriman paréntesis y resuelvan. Antes de resolver, escriban las expresiones decimales como fracción.

a. $-\frac{3}{5} - (-0,1) =$ ______

b. $\frac{8}{3} + \left(-\frac{2}{7}\right) =$ ______

c. $\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) + (-0,8) =$ ______

d. $\frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) =$ ______

e. $4,5 - 1,2 - \left(-\frac{8}{3}\right) =$ ______

f. $\frac{5}{3} + \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{10}{30}\right) =$ ______

4. Expresen los resultados de la actividad anterior como fracción irreducible.

a. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ b. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ c. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ d. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ e. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ f. $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

5. Separen en términos y resuelvan.

a. $\frac{5}{3} - \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2}\right) =$ Rta: $\frac{31}{24}$

b. $\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{5}{4}\right) - (0,\widehat{3}) =$ Rta: $\frac{1}{15}$

c. $\left(-\frac{6}{7} - \frac{1}{14}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) =$ Rta: $\frac{39}{98}$

d. $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{8}{9} : (-1,25) =$ Rta: $\frac{116}{315}$

e. $-\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{3} + \frac{3}{7} : \left(-\frac{1}{14}\right) =$ Rta: $-\frac{22}{3}$

f. $-\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{2}{21}\right) - \frac{5}{9} : \frac{3}{7} - \left(-\frac{3}{2}\right) =$ Rta: $\frac{31}{108}$

g. $-\frac{18}{11} \cdot 2,\widehat{4} - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{3}{4} =$ Rta: $-\frac{253}{70}$

h. $\frac{22}{3} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right) =$ Rta: $-\frac{7}{3}$

i. $\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right) =$ Rta: $\frac{59}{210}$

j. $\left(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{6}{9}\right) =$ Rta: $\frac{2}{45}$

k. $\left(\frac{5}{11} - \frac{3}{22}\right) : \left(-\frac{5}{22}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) =$ Rta: -1

l. $\left(-\frac{7}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) + (-0,\widehat{1}) =$ Rta: $\frac{110}{63}$

6. Resuelvan las siguientes operaciones.

a. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{1}{256}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{64}} + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$ ______ Rta: $\frac{79}{54}$

b. $\left(-\frac{5}{12}\right) \cdot \frac{24}{15} - \left(-\frac{13}{6}\right) + \left(-\frac{2}{9}\right)^{-2} =$ ______ Rta: $\frac{87}{4}$

c. $-\frac{1}{4} : \frac{1}{5} + 0,\widehat{2} - \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} =$ ______ Rta: $-\frac{325}{36}$

d. $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} - \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) : 2,\widehat{3} =$ ______ Rta: $-\frac{177}{14}$

7. Encuentren el valor de cada expresión.

a. $(\sqrt{a + b} \cdot c : d)^2 =$ siendo: $a = 3$; $b = -\frac{3}{4}$; $c = \frac{2}{7}$, $d = -\frac{5}{14}$

b. $(m^3 - n^2) : p =$ siendo: $m = -\frac{1}{3}$; $n = \frac{1}{2}$; $p = -\frac{1}{4}$

8. Separen en términos y resuelvan.

a. $\left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \sqrt[3]{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) - 1} =$ ______ Rta: $-\frac{55}{54}$

b. $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} - 0,5 =$ ______ Rta: $\frac{1}{4}$

c. $\sqrt[3]{1 - \frac{7}{8}} - \left(-\frac{2}{5} + \frac{1}{10}\right)^{-1} + 0,3 =$ ______ Rta: $\frac{62}{15}$

d. $-\left(\frac{8}{5} - \frac{6}{15}\right) - \sqrt[5]{1 - \frac{31}{32}} + \left(-\frac{7}{5}\right)^2 =$ ______ Rta: $\frac{13}{50}$

e. $-\left(\frac{14}{42}\right)^{-1} + \left(-\frac{3}{7} + \frac{10}{14}\right)^2 - \sqrt[4]{\frac{625}{2401}} - (-7)^{-1} =$ ______ Rta: $-\frac{171}{49}$

INTEGRACIÓN

9. Calculen las siguientes potencias y raíces, siempre que sea posible.

a. $\left(-\frac{9}{4}\right)^2 =$

b. $\left(-\frac{15}{10}\right)^3 =$

c. $\left(-\frac{7}{12}\right)^1 =$

d. $\left(-\frac{8}{3}\right)^{-4} =$

e. $\sqrt[3]{-\frac{512}{27}} =$

f. $\sqrt{-\frac{1}{100}} =$

g. $\sqrt[4]{-\frac{36}{25}} =$

h. $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}} =$

10. Completen para que se verifiquen las igualdades.

a. $\left(-\frac{3}{2}\right)^{\square} = -\frac{8}{27}$

b. $\sqrt[\square]{-\frac{125}{27}} = -\frac{5}{3}$

c. $\left(-\frac{9}{15}\right)^{\square} = -\frac{15}{9}$

d. $\sqrt[5]{\frac{\square}{\square}} = \frac{2}{3}$

11. Escriban V (Verdadero) o F (Falso) según corresponda.

a. $\sqrt{1-\frac{9}{16}} = 1 - \sqrt{\frac{9}{16}}$ $\square$

b. $\sqrt{\left(-\frac{1}{64}\right)\cdot\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}}\cdot\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ $\square$

c. $\sqrt{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{9}}$ $\square$

d. $\sqrt{4+\frac{16}{9}} = \sqrt{4} + \sqrt{\frac{16}{9}}$ $\square$

12. Escriban el cálculo y resuelvan.

a. El cuadrado de la suma entre el opuesto de menos cinco tercios y un décimo.

b. La diferencia entre el cuadrado de menos un noveno y la raíz cúbica del producto entre menos un octavo y sesenta y cuatro veintisieteavos.

c. El producto entre el cubo de la suma entre menos un medio y menos un tercio, y el cuadrado de menos dos séptimos.

a. $\frac{2809}{900}$ b. $\frac{55}{81}$ c. $-\frac{125}{2646}$

13. Resuelvan los cálculos aplicando las propiedades, cuando sea posible.

a. $\left(-\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^3:\left(-\frac{1}{4}\right)^5 =$

b. $\left(-\frac{9}{8}\right)^6\cdot\left(-\frac{9}{8}\right):\left(-\frac{9}{8}\right)^8 =$

c. $\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right]^{-2} =$

d. $\left[\left(-\frac{5}{4}\right)^5\right]^1 =$

e. $\left(-\frac{2}{9}+\frac{3}{2}\right)^2 =$

f. $\left[\left(-\frac{8}{5}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{8}{5}\right)^2\right]^{-2} =$

g. $\sqrt[5]{\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}} =$

h. $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^{10}} =$

14. Separen en términos y resuelvan.

a. $\left(-\frac{3}{5}+\frac{1}{10}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)+\sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = -\frac{47}{60}$

b. $\left(-\frac{8}{5}+\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}-\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = -\frac{319}{100}$

c. $\left(-\frac{3}{7}+\frac{1}{14}\right)^2-\left(-\frac{1}{7}\right)\cdot\left(-\frac{21}{2}\right)+\left(-\frac{15}{4}\right) = -\frac{251}{49}$

d. $\left(-\frac{1}{6}\right)^2-\sqrt[4]{\frac{81}{16}}-\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{20}{9}$

e. $\left(-\frac{7}{4}+\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(-\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\right)^{-1} = -\frac{173}{14}$

f. $-\frac{12}{5}-\left[\left(-\frac{8}{3}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)\right]:\left(-\frac{15}{4}\right) = -\frac{11}{15}$

g. $-\frac{24}{13}:\frac{12}{26}+\left[\left(-\frac{3}{14}+\frac{4}{7}\right)\cdot\frac{14}{3}\right]-\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{6}$

15. Coloquen corchetes para que se verifiquen las igualdades.

a. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{31}{48}$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{31}{48}$

c. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{97}{48}$

d. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{205}{192}$

Nombre: ______________________ Curso: ________ Fecha: ____/____/____

Redondeo y truncamiento

1. a. Mariano tiene que armar cajas que contengan 20 kg de un producto cada una. Esos 20 kg están repartidos en 16 paquetes de igual peso. Tiene que indicar el peso de cada paquete en kilogramos, y solo puede usar dos cifras a la derecha de la coma. ¿Qué peso indicará?

   b. De otro producto tienen que armar cajas de 27 kg y cada caja también tiene que tener 16 paquetes de igual peso. ¿Cuál es el peso que indicará en cada paquete usando también dos cifras a la derecha de la coma?

2. a. ¿Entre qué dos números ubicarías a 4,35872 en una recta numérica en la que solo están marcados números con dos cifras decimales?

   b. ¿Cuál de esos dos números está más cerca de 4,35872?

   c. Y si en la misma recta tuvieras que ubicar al número 4,352456, ¿entre qué números lo ubicarías? ¿De cuál estaría más cerca?

3. a. Para encontrar la expresión decimal de $\frac{2}{3}$ se usan dos calculadoras, ambas con un visor de 8 cifras. En la primera, al hacer 2 : 3, aparece 0,6666666; en cambio, en la segunda aparece 0,6666667. ¿Por qué sucede esto?

   b. Comprueben con sus compañeros qué número aparece en el visor al hacer 2 : 3 en las calculadoras que tienen.

4. ¿Entre qué números decimales con tres cifras decimales se puede ubicar el número 45,873624? ¿De cuál de los dos está más cerca?

!

Al buscar la expresión decimal de $\frac{2}{3}$ en la calculadora, en algunas aparece 0,6666666 y en otras, 0,6666667. Lo que hace cualquier calculadora es dar una aproximación del número $0,\widehat{6}$, que es la expresión decimal de $\frac{2}{3}$. Ni el número 0,6666666 ni el 0,6666667 son la expresión decimal de $\frac{2}{3}$, sino que son **aproximaciones** de $0,\widehat{6}$. Para hacerlo, algunas calculadoras **redondean** y otras **truncan**.
Para **truncar** a 3 cifras decimales se eliminan las cifras a la derecha de la tercera. Por ejemplo, la aproximación por truncamiento a 3 cifras decimales de 16,341618 es 16,341.
Para **redondear** a 3 cifras decimales se consideran las primeras tres, pero se tiene en cuenta la cuarta cifra decimal para modificar o no la tercera. Por ejemplo, como la cuarta cifra decimal de 16,341618 es un 6, el número está más cerca de 16,342 que de 16,341, por eso se redondea a 16,342. Lo mismo sucede si la cuarta cifra es mayor o igual que 5: se aumenta en 1 la tercera y se cortan las demás. Pero si la cuarta cifra es menor que 5, se redondea igual que al truncarlo. Por ejemplo, 16,341456 está más cerca de 16,341 que de 16,342, entonces al redondearlo a 3 cifras se obtiene 16,341.

Aproximación

Para **aproximar** una expresión decimal a una cifra determinada n, se pueden usar los siguientes métodos.

Por **truncamiento.**

Se dejan las primeras n cifras decimales y se suprimen las otras cifras.

5,324 *a los décimos es* 5,3~~24~~.

5,324 *a los centésimos es* 5,32~~4~~.

Por **redondeo.**

Hay que observar la cifra siguiente a la cifra n:

- si es mayor o igual que 5, se suma 1 a la cifra n y se eliminan las cifras que le siguen;
- si es menor que 5, se deja la cifra n igual y se eliminan las cifras que le siguen.

1,762 *aproximado a los décimos es* 1,8.

1,762 *a los centésimos es* 1,76.

5. **Completen la tabla.**

Expresión fraccionaria	Expresión decimal	Aproximación por truncamiento a los centésimos	Aproximación por redondeo a los centésimos
$\frac{6}{125}$			
	0,625		
$\frac{141}{50}$			
	$5,\overset{\frown}{3}$		
$\frac{3}{200}$			

Tomando el ejemplo del número 3,128754315:

	Truncado	Redondeado
Enteros	3	3
Décimos	3,1	3,1
Centésimos	3,12	3,13
Milésimos	3,128	3,129

Para redondear, debemos ver la cifra siguiente. Si es 5 o mayor, se le agrega uno. Si es 4 o menor, queda igual.

6. Completen el siguiente cuadro.

Número	Truncado a los enteros	Truncado a los décimos	Truncado a los centésimos	Redondear a los enteros	Redondear a los decimos	Redondear a los centésimos
$\sqrt{2}$						
$1,\overset{\frown}{9}$						
2,3546						
0,3720						
1,3499						

7. Dos alumnos decidieron aproximar de diferentes formas el número 4,294. Matías redondeó a los décimos y Felipe truncó a los décimos. ¿Cuál de los dos trabajó con mayor exactitud?

8. Completen la tabla con las masas atómicas de la tabla periódica de los elementos (número debajo del nombre) redondeadas a los enteros.

Elemento	Masa atómica
Aluminio	
Cloro	
Hidrógeno	
Sodio	
Oro	
Oxígeno	

13 **Al** +3 Aluminio 26,982	17 **Cl** ±1+3+5+7 Cloro 35,45	1 **H** +1 Hidrógeno 1,008
11 **Na** +1 Sodio 22,990	79 **Au** +1+3 Oro 196,97	8 **O** -1-2 Oxígeno 15,999

Notación científica

Miremos nuevamente la tabla que completamos en la actividad 8. En ella, encontramos, por ejemplo, que la masa atómica del oxígeno es 16. ¿Podría un átomo de oxígeno pesar 16 gramos?

Si la fórmula de una molécula de agua es H_2O, esto quiere decir que está formada por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. Por lo tanto, su masa molecular es 16 + 1 + 1 = 18 (16 del oxígeno y 1 de cada hidrógeno).

Si cada molécula de agua tuviera un peso de 18 gramos, imaginen una lluvia, cada gota, ¿cuánto pesaría?

Como los elementos químicos son tan pequeños, no se trabaja con las unidades clásicas, se usa una unidad de cantidad llamada **mol**.

Un mol equivale a 602.000.000.000.000.000.000.000 unidades, de la misma forma que una decena equivale a 10 y una centena a 100.

$$6{,}02 \cdot 10^{23}$$

Trabajar con estos números tan grandes no es fácil y la calculadora no suele tener un *display* que admita tantas cifras. Por esta razón, se utiliza el siguiente método: se multiplica por una potencia de base 10 con exponente positivo o negativo a un número mayor a uno y menor a 10.

Ejemplo:

$602.000.000.000.000.000.000.000 = 6{,}02 \cdot 10^{23}$

$0{,}00000000000000000000000602 = 6{,}02 \cdot 10^{-23}$

La forma general de un número en notación científica es:

$a \cdot 10^n$ donde n es un entero y $1 < a < 10$

Si el exponente es positivo, la coma se mueve hacia la derecha (ya que el número aumenta) y si es negativo hacia la izquierda (de esta forma, el número disminuye).

$0{,}0000000001 = 1 \cdot 10^{-9}$

9 lugares

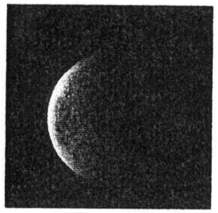
$15.000.000.000 = 1{,}5 \cdot 10^{10}$

10 lugares

$$1 \cdot 10^{-9}$$
$$1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^9$$
$$1 \cdot \left(\frac{1}{1.000.000.000}\right)$$

Al ser la potencia negativa, en realidad, estamos dividiendo por una potencia de 10. Por ello, el número disminuye su valor. El exponente coincide con la cantidad de lugares que se desplaza la coma.

1. Leé el siguiente extracto de un artículo y resolvé las consignas en tu carpeta.



En el día de la fecha, Mercurio se encuentra a una distancia aproximada de $5{,}791 \cdot 10^7$ km del Sol, mientras que Neptuno está ubicado a una distancia aproximada de $4{,}5043 \cdot 10^9$ km del Sol.

a. ¿Cuál de los dos planetas está más cerca del Sol? Explicá cómo te diste cuenta.

La sangre está formada, entre otros elementos, por glóbulos rojos y glóbulos blancos. Los glóbulos rojos son de un tamaño estándar de aproximadamente $6 \cdot 10^{-4}$ a $8 \cdot 10^{-4}$ cm de diámetro, mientras que los glóbulos blancos tienen entre $8 \cdot 10^{-4}$ y $20 \cdot 10^{-4}$ cm de diámetro.

b. ¿Cuáles son más grandes, los glóbulos blancos o los rojos?

2. Expresen, en notación científica, los números que aparecen en las siguientes situaciones.

a. Se estima que el peso del sol es de 2.000.000.000.000.000.000.000.000.000 toneladas.

b. El diámetro de un glóbulo rojo es de 0,007 mm.

c. Un electrón mide 0,000000000000000004 km.

d. El diámetro de nuestro planeta es de 12.700.000.000 mm.

e. El volumen de la luna es de 30.000.000.000.000.000.000 m^3

3. Ordenen de menor a mayor y expliquen el criterio que usaron para hacerlo.

$4{,}1 \cdot 10^{-3}$ $\quad 6{,}3 \cdot 10^{-4}$ $\quad 3{,}2 \cdot 10^{8}$ $\quad 4{,}2 \cdot 10^{4}$

4. El profesor de matemática le entregó la tarea a Federico. Le marcó los ejercicios que estaban mal resueltos, pero no le explicó cuáles fueron los errores. Escriban en cada ejercicio mal hecho, cuál fue el error que cometió Federico y luego háganlo correctamente.

a. $1.200.000 = 12 \cdot 10^5$ (Mal)

b. $15.400.000 = 1{,}54 \cdot 10^7$ (Bien)

c. $0{,}000054 = 5{,}4 \cdot 10^{-5}$ (Bien)

d. $0{,}00000025 = 2{,}5 \cdot 10^7$ (Mal)

e. $1.580.000.000 = 1{,}54 \cdot 10^{-9}$ (Mal)

f. $0{,}000031 = 31 \cdot 10^{-6}$ (Mal)

5. Expresen, en notación científica, los siguientes números.

a. 0,00000038 **b.** 0,000000017 **c.** 0,0000008 **d.** 38.000.000 **e.** 1.700.000.000 **f.** 80.000.000

6. Indiquen, en cada caso, la respuesta correcta.

a. El número 34,72 se puede escribir en notación científica como…

$3472 \cdot 10^{-1}$ $\quad 3472 \cdot 10^{-2}$ $\quad 3{,}472 \cdot 10^{1}$

b. El número 0,000000008 se puede escribir en notación científica como…

$8 \cdot 10^{-9}$ $\quad 8 \cdot 10^{9}$ $\quad 0{,}8 \cdot 10^{-9}$

c. El número $3 \cdot 10^4$ se puede expresar como…

3000 $\quad$ 0,003 $\quad$ 30.000

d. La población mundial se estima en alrededor de 6.800.000.000 personas. ¿Qué respuesta expresa este número en notación científica?

$7 \cdot 10^9$ $\quad 0{,}68 \cdot 10^{10}$ $\quad 6{,}8 \cdot 10^9$ $\quad 68 \cdot 10^8$

7. Escribí los números que representan las siguientes expresiones.

a. $5{,}84 \cdot 10^6 =$ ______

b. $1{,}3 \cdot 10^7 =$ ______

c. $3{,}07 \cdot 10^{11} =$ ______

d. $6 \cdot 10^{-8} =$ ______

e. $8{,}15 \cdot 10^{-5} =$ ______

f. $0{,}9 \cdot 10^{-9} =$ ______

Ecuaciones

INFOACTIVA

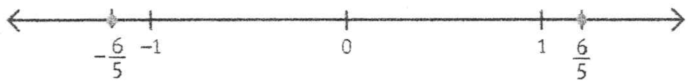
Para resolver **ecuaciones** en el conjunto de los números racionales, se aplican las mismas propiedades que para los números enteros.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} &= \frac{1}{5} + \frac{1}{4}x \\
\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x &= \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \\
\frac{1}{4}x &= -\frac{1}{5} \\
x &= -\frac{1}{5} : \frac{1}{4} \\
x &= -\frac{1}{5} \cdot 4 \\
x &= -\frac{4}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}\right) &= \frac{1}{3}x + \frac{3}{4} \\
-\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}x - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} &= \frac{1}{3}x + \frac{3}{4} \\
-\frac{1}{6}x - 1 &= \frac{1}{3}x + \frac{3}{4} \\
-\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}x &= \frac{3}{4} + 1 \\
-\frac{1}{6}x - \frac{2}{6}x &= \frac{3}{4} + \frac{4}{4} \\
-\frac{1}{2}x &= \frac{7}{4} \\
x &= \frac{7}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right) \\
x &= \frac{7}{4} \cdot (-2) \\
x &= -\frac{7}{2}
\end{aligned}$$

En las ecuaciones en las cuales la incógnita está afectada por un exponente par, se deben considerar las dos soluciones que tiene la ecuación.

$$\begin{aligned}
x^2 &= \frac{36}{25} \\
\sqrt{x^2} &= \sqrt{\frac{36}{25}} \\
|x| &= \frac{6}{5} \\
x = \frac{6}{5} &\text{ o } x = -\frac{6}{5}
\end{aligned}$$



Existen dos números cuya distancia al cero es $\frac{6}{5}$.

En la página 51 pueden repasar los procedimientos para resolver ecuaciones de este tipo.

TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. La ecuación $-\frac{2}{3} - \frac{4}{3}x = \frac{1}{2}$, ¿es equivalente a $-2x = \frac{1}{2}$?

b. ¿Es correcto el siguiente despeje? $-\frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \longrightarrow x = -\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right)$

c. En la ecuación $x^2 - \frac{4}{3} = \frac{9}{16}$, ¿es correcto despejar en primer lugar la potencia y en segundo lugar el $-\frac{4}{3}$?

d. Una ecuación, ¿puede tener dos soluciones?

Nombre: ______ Curso: ______ Fecha: ___/___/___

2. Resuelvan las siguientes ecuaciones y verifiquen el resultado obtenido.

a. $\frac{1}{3}x + \frac{3}{2} = -2 - \left(-\frac{1}{3}\right)$
$x = -\frac{19}{2}$

b. $\frac{2}{9} - \frac{1}{9}x = \frac{8}{9} - \frac{5}{6}$
$x = \frac{3}{2}$

c. $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}x + \frac{5}{6}$
$x = -\frac{6}{7}$

d. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{5}{8}x$
$x = \frac{4}{3}$

e. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{15} = \frac{3}{10}x + \frac{4}{5}$
$x = \frac{26}{3}$

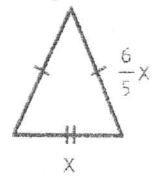
f. $\frac{5}{12} + \frac{3}{2}x = -\frac{8}{3}x - \frac{5}{3}$
$x = -\frac{1}{2}$

g. $(0,\widehat{4}) + \frac{1}{2}x - (-0,\widehat{2}) = -\frac{1}{6}x - 1$
$x = -\frac{5}{2}$

h. $4x \cdot (\frac{1}{2} - 1) = \frac{1}{3}x + \frac{14}{5}$
$x = -\frac{6}{5}$

3. Planteen la ecuación y resuélvanla. Luego, encuentren la longitud de cada lado.

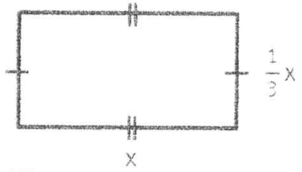
a. Perímetro $= \frac{51}{5}$ cm



$x = 3$ cm

Lados: 3 cm, $\frac{18}{5}$ cm, $\frac{18}{5}$ cm.

b. Perímetro $= \frac{16}{3}$ cm



$x = 2$ cm

Base = 2 cm; altura = $\frac{2}{3}$ cm.

4. Resuelvan las siguientes ecuaciones. Verifiquen el conjunto solución.

a. $\sqrt{\frac{1}{3}x - 1} = \frac{2}{3}$
$x = \frac{13}{3}$

b. $\frac{7}{2}x + \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = -\frac{3}{8}$
$x = -\frac{1}{28}$

c. $\sqrt{\frac{3}{10}x + \frac{8}{5}} = \frac{7}{10}$
$x = -\frac{37}{10}$

d. $\frac{1}{4}\sqrt{x} - 0,\widehat{2} = 0,\widehat{1}$
$x = \frac{16}{9}$

e. $9x^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) - \frac{67}{6} = -\frac{3}{2}$
$x = 1$ o -1

f. $\frac{5}{6}x^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{10}$
$x = \frac{6}{5}$ o $-\frac{6}{5}$

5. Resuelvan las ecuaciones y verifiquen el conjunto solución.

a. $\frac{4}{5}x + \frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{2}{15} \cdot 2$
$x = \frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}x + \frac{5}{6}$
$x = \frac{4}{9}$

c. $\frac{1}{5}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 0,7 + \frac{3}{5}x$
$x = \frac{9}{2}$

d. $\frac{2}{3} \cdot (x - 1) + 2 = \frac{2}{3} + 1,2 \cdot \frac{5}{3}$
$x = 2$

e. $0,5x + 1 = \frac{4}{3} - \left(x - \frac{7}{3}\right)$
$x = \frac{16}{9}$

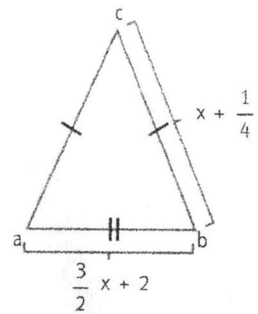
f. $\frac{3}{4}x - 0,\widehat{7} = \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{3}{2}x + \frac{14}{3}\right)$
$x = \frac{532}{81}$

g. $\frac{1}{4} \cdot \left(2x - 2,\widehat{6}\right) = \frac{2}{5} \cdot \left(x + \frac{10}{3}\right)$
$x = 20$

h. $\frac{7}{8} + \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{1}{5}x - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}x\right)$
$x = \frac{3}{8}$

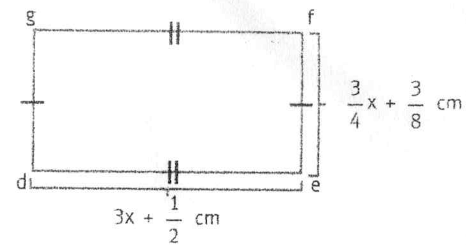
6. Calculen el valor de *x* y la medida de los lados pedidos.

a. Perímetro = 30,25 cm



$x =$ $\boxed{}$ $\overline{ab} =$ $\boxed{}$
$\overline{bc} =$ $\boxed{}$

b. Perímetro = 20,5 cm



$x =$ $\boxed{}$ $\overline{de} =$ $\boxed{}$
$\overline{ef} =$ $\boxed{}$

Modelización y fracciones

Para resolver problemas con fracciones es importante prestar atención al interpretarlos y describirlos matemáticamente, porque muchas veces hay que considerar partes de otras partes, o bien las fracciones se refieren a enteros diferentes.

Consideren la siguiente situación:

En un quiosco se vendieron, por la mañana, dos tercios de los ejemplares de una revista. Por la tarde se vendió la mitad de los que quedaban de la mañana. Al final del día había aún en el quiosco 40 ejemplares. ¿Cuántos había inicialmente?

Si llamamos m a la cantidad inicial de ejemplares de la revista, entonces por la mañana se vendieron $\frac{2}{3} \cdot m$.

Como por la tarde se vendieron la mitad de los que quedaron y estos eran $\frac{1}{3} \cdot m$, entonces por la tarde se vendieron $\frac{1}{6} \cdot m$.

El problema después da la cantidad de ejemplares que quedaron luego de los dos períodos de venta: 40 revistas. Es decir que si a la cantidad inicial se le resta la cantidad vendida, el resultado tiene que ser 40. Esto lo podemos escribir así:

$$\underbrace{m}_{\text{cantidad de revistas}} - \underbrace{\frac{2}{3} \cdot m}_{\text{cantidad vendida por la mañana}} - \underbrace{\frac{1}{6} \cdot m}_{\text{cantidad vendida por la tarde}} = 40$$

Nos queda una ecuación que podemos resolver para averiguar el valor de m.

Como en el lado izquierdo tenemos todas cantidades en relación con m, podemos operar con ellas aplicando la propiedad distributiva:

$$m - \frac{2}{3} \cdot m - \frac{1}{6} \cdot m = \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot m = \frac{1}{6} \cdot m.$$

Así resulta: $\frac{1}{6} \cdot m = 40$

Para hallar el valor de m solo queda dividir por $\frac{1}{6}$, que es lo mismo que multiplicar por 6.

$$\frac{1}{6} \cdot m \cdot 6 = 40 \cdot 6$$
$$m = 240$$

Resulta que la cantidad inicial de revistas era 240.

Actividades

1. ¿Por qué los ejemplares que quedaron después de la venta de la mañana son $\frac{1}{3} \cdot m$?
2. ¿Por qué la mitad de esa cantidad es $\frac{1}{6} \cdot m$?
3. ¿Por qué dividir por $\frac{1}{6}$ es lo mismo que multiplicar por 6?
4. ¿Cuál es la cantidad de revistas que se vendieron por la mañana? ¿Y por la tarde?
5. Resolvé el mismo problema pero con otras cantidades. En el quiosco hay una cantidad de ejemplares de otra revista. A la mañana se venden tres quintos de las revistas, a la tarde se venden cuatro sextos de las que quedaban, y al final del día hay 34 ejemplares. ¿Cuántos ejemplares de esa revista había inicialmente?

Nombre y apellido: .... Curso: ....

6. **Planteen la ecuación y respondan.**

a. La diferencia entre las dos terceras partes de un número y su mitad es igual al doble de siete octavos. ¿Cuál es el número?

b. La mitad de un número es igual a la tercera parte del número aumentado en siete sextos. ¿Cuál es el número?

c. El cociente entre el triple de un número y el cuadrado de seis es igual a once. ¿Cuál es el número?

d. Catalina pagó $127 por una pulsera, un collar y un par de aros. El precio de los aros representa las dos terceras partes del precio del collar, y el de la pulsera, $15 más que el de los aros. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

e. De los alumnos de 1.° A, las tres quintas partes aprobó Ciencias Sociales durante el año. La sexta parte aprobó en diciembre y los restantes siete alumnos, en marzo. ¿Cuántos alumnos tiene 1.° A?

f. El último campeón del torneo nacional de fútbol ganó las tres cuartas partes de los partidos jugados. Empató las dos séptimas partes de los restantes y perdió cinco partidos. ¿Cuántos partidos jugó en total? ¿Cuántos partidos empató?

7. **Marquen con una X la ecuación que sirve para resolver la situación. Luego, resuélvanla.**
La edad de Juan más sus dos quintas partes, es igual a la edad que tendrá dentro de seis años. ¿Cuántos años tiene Juan?

a. $J + \frac{2}{5} = 6$ ☐ b. $J + \frac{2}{5}J = J + 6$ ☐ c. $J + \frac{2}{5} = J + 6$ ☐

Juan tiene 15 años.

8. **Planteen la ecuación y resuelvan.**

a. En la biblioteca de la escuela, la tercera parte de los libros son de literatura, la mitad del resto son de ciencias y 50 libros son de inglés. ¿Cuántos libros hay en total en la biblioteca?

b. Una persona gasta la cuarta parte de su sueldo en impuestos y la tercera parte de lo que le sobra en el supermercado. Si aún le quedan $1000, ¿cuál es el sueldo de esta persona? ¿Cuánto gasta en impuestos?

c. En una pecera hay peces de tres colores. La quinta parte son azules, las tres octavas partes del resto son verdes y hay 15 peces blancos. ¿Cuántos peces de cada color hay?

9. **Resuelvan las siguientes ecuaciones aplicando la propiedad distributiva.**

a. $\frac{3}{2} \cdot (x - 1) = \frac{2}{3}$
$x = \frac{13}{9}$

b. $\frac{5}{9}x - 2 = (x + 2) \cdot \left(-\frac{3}{9}\right)$
$x = \frac{3}{2}$

c. $-\frac{7}{10} + \frac{1}{4}x = \left(3x - \frac{6}{5}\right) : \frac{9}{2}$
$x = -\frac{26}{25}$

d. $(x - 3) : \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{3}{2} \cdot \left(x + \frac{1}{6}\right)$
$x = \frac{41}{20}$

10. Unan con flechas cada ecuación con su solución.

a. $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{9}{2}$ • $x = -1$

b. $\frac{5}{2}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}$ • $x = \frac{15}{16}$

c. $\frac{7}{2} + \frac{3}{5}x + \frac{1}{2} = \frac{8}{10}x - \frac{1}{8}$ • $x = \frac{35}{4}$

d. $-\frac{7}{15} \cdot (x - 1) = \frac{1}{15}x - \frac{1}{30}$ • $x = \frac{165}{8}$

e. $-\frac{2}{5} \cdot (x - 2) = \frac{3}{4} \cdot (x + 1)$ • $x = \frac{1}{23}$

11. Resuelvan las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{2}{9}x + 1 = \frac{3}{5}$ $x = -\frac{9}{5}$

b. $\frac{7}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{9}x + \frac{7}{4}$ $x = \frac{81}{55}$

c. $\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}x = \frac{5}{9}x$ $x = \frac{27}{64}$

d. $-\frac{8}{7} \cdot (x - 3) = \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}$ $x = \frac{107}{32}$

12. Marquen con una X el cálculo que corresponde a la situación. Luego, resuélvanla.

Martina está armando un rompecabezas. El lunes colocó la octava parte de las fichas; el martes, la mitad de las fichas; el miércoles, la mitad de la cantidad que colocó el primer día; el jueves, la tercera parte de lo que le quedaba y el viernes, las últimas 250 fichas. ¿Cuántas fichas tiene el rompecabezas? ¿Cuántas colocó cada día?

a. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)x + 250 = x$

b. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{16}x + 250 = x$ X

c. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{16}x = 250$

d. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}x + \frac{1}{3}x + 250 = x$

13. Encuentren el error que cometió Yamila al resolver la siguiente ecuación. Luego, resuélvanla en forma correcta.

$$-\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} = \frac{2}{5}x + \frac{1}{6}$$
$$-\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = \frac{1}{6} - \frac{7}{3}$$
$$-\frac{11}{15}x = -\frac{13}{6}$$
$$x = -\frac{13}{6} : \frac{11}{15}$$
$$x = \frac{65}{22}$$

14. Planteen y resuelvan.

a. La sexta parte de un número es igual a la mitad del número, disminuido en el cuadrado de menos un cuarto. ¿Cuál es ese número?

b. La mitad del cuadrado de menos un medio es igual a la tercera parte de un número, aumentada en un octavo. ¿Cuál es ese número?

c. La quinta parte de un número, aumentada en dos es igual a la mitad de dicho número, disminuido en un medio. ¿Cuál es el número?

d. La diferencia entre el cuadrado de un número y tres octavos es igual a la mitad de diecinueve octavos. ¿Cuál es el número?

e. La raíz cuadrada de la suma entre la cuarta parte de un número y un tercio es igual al opuesto de un medio, aumentado en tres. ¿Cuál es el número?

a. $\frac{3}{16}$ b. 0 c. $\frac{25}{3}$ d. $-\frac{5}{4}$ o $\frac{5}{4}$ e. $\frac{71}{3}$

15. Expresen en lenguaje coloquial los siguientes cálculos.

a. $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 =$

b. $\left(-\frac{9}{2} + \frac{7}{2}\right)^2 =$

c. $\left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{2}{7}\right) =$

d. $\sqrt{\frac{5}{4} : \frac{16}{125}} =$

e. $\sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{16}{64}\right)} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$

16. Resuelvan planteando la ecuación correspondiente.

a. Se realizó una encuesta a los profesores de la escuela. La cuarta parte de ellos llega a la escuela caminando, la mitad llega en auto, la tercera parte del resto lo hace en colectivo y los 20 restantes, en subte. ¿Cuántos profesores hay en la escuela? ¿Cuántos llegan en colectivo?

b. Un ciclista recorre cada día una distancia igual a dos tercios de lo recorrido el día anterior. Si en tres días recorrió 76 km, ¿cuántos km recorrió el segundo día? ¿Y el tercer día?

c. Ana fue al supermercado y compró una botella de aceite a \$14,50 y dos gaseosas. Si pagó con \$100 y recibió \$68,50 de vuelto, ¿cuánto costó cada gaseosa?

Inecuaciones

INFOACTIVA

Las desigualdades que contienen variables se llaman **inecuaciones.**

Resolver una inecuación es encontrar todos los valores de la incógnita que la verifican, y el conjunto solución es un intervalo real o el conjunto vacío.

Una inecuación se resuelve como una ecuación, salvo en el caso en que se divida o se multiplique a ambos miembros por un número negativo, lo que invierte el sentido de la desigualdad.

$-5x > 7$	$-\frac{2}{5}x \leq -4$	$-2x < 9$	$-\frac{3}{4}x \geq -2$
$-5x : (-5) < 7 : (-5)$	$-\frac{2}{5}x : \left(-\frac{2}{5}\right) \geq -4 : \left(-\frac{2}{5}\right)$	$-2x : (-2) > 9 : (-2)$	$-\frac{3}{4}x : \left(-\frac{3}{4}\right) \leq -2 : \left(-\frac{3}{4}\right)$
$x < -\frac{7}{5}$	$x \geq 10$	$x > -\frac{9}{2}$	$x \leq \frac{8}{3}$
$S = \left(-\infty; -\frac{7}{5}\right)$	$S = [10; +\infty)$	$S = \left(-\frac{9}{2}; +\infty\right)$	$S = \left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$

6 ACTIVIDADES Inecuaciones

1. Marquen las opciones correctas.

a. La solución de $-\frac{x}{5} \cdot (-4) \leq -20$ es: ○ $(-\infty;-25)$ ○ $(-\infty;-25]$ ○ $(-25;+\infty)$ ○ $[-25;+\infty)$

b. La solución de $|4x - 2| < 4$ es: ○ $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ ○ $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ ○ $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ ○ $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$

c. La solución de $2 . |x - 6| > 4$ es: ○ $[4;8]$ ○ $(8;+\infty)$ ○ $(-\infty;4)$ ○ $(-\infty;4) \cup (8;+\infty)$

2. Resuelvan las siguientes inecuaciones y escriban el conjunto solución.

a. $0,\widehat{6}x - \frac{1}{9} \geq -\frac{5}{18}$

____

____

b. $\frac{7}{6}x - 3,\widehat{2} < \frac{9}{2}x$

____

____

c. $\frac{1}{2}x + 5,0\widehat{7} - x > 5,5\widehat{7}$

____

____

d. $-0,3 \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{12}\right) \leq 0,\widehat{3}x$

____

____

e. $\frac{4,1x + 8,4}{2x} \leq 0,\widehat{9}$

____

____

f. $\frac{-3x}{x-1} < 2,\widehat{8}$

____

____

3. Resuelvan las siguientes inecuaciones y escriban el conjunto solución.

a. $6 . (x - 2) \leq 8x$

____

____

b. $-5 . (2x - 3) \geq 10$

____

____

c. $4 . (x + 1) < x - 3 + 4x$

____

____

d. $3 . (4x - 1) > 10x$

____

____

Razones y proporciones aritméticas

Se denomina **razón** entre dos números a y b (con $b \neq 0$) al cociente entre esos números.

$\frac{30}{6} = 5$ *La razón entre 30 y 6 es 5.* $\frac{11,5}{2,3} = 5$ *La razón entre 11,5 y 2,3 es 5.*

En toda razón, cada elemento tiene un nombre especial. $\frac{a}{b}$ *antecedente* *consecuente*

Proporciones aritméticas

Cuatro números a, b, c y d (con b y d distintos de cero) forman una **proporción** cuando la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos segundos.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *"a es a b como c es a d"*

a y d se denominan **extremos**, b y c se denominan **medios** de la proporción. d es el cuarto proporcional.

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ *"a es a b como b es a c"*

b es el medio y c es el tercero proporcional.

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos. Esta propiedad se denomina **propiedad fundamental de las proporciones.**

$\boxed{\frac{24}{8} = \frac{12}{4} \text{ se cumple que } 24 . 4 = 12 . 8}$

1. Lean los siguientes enunciados y escriban la razón entre las cantidades.

a. "3 de cada 4 músicos, además de cantar, tocan instrumentos". $\frac{\square}{\square}$

b. "8 de cada 12 niños han sido vacunados en los últimos dos meses". $\frac{\square}{\square}$

c. "4 de cada 9 personas tiene un teléfono celular de alta tecnología". $\frac{\square}{\square}$

d. "De los 37 números de la ruleta, 18 son rojos". $\frac{\square}{\square}$

e. "De los 90 números del bingo, 45 son impares". $\frac{\square}{\square}$

2 **. Hallen el valor del cuarto proporcional.**

a. $\frac{3}{5} = \frac{0,2}{\square}$ **b.** $\frac{0,6}{13} = \frac{6}{\square}$ **c.** $\frac{5,6}{2,1} = \frac{0,4}{\square}$ **d.** $\frac{1,2}{0,05} = \frac{144}{\square}$

3 **. Hallen el valor del tercero proporcional.**

a. $\frac{6,4}{8} = \frac{8}{\square}$ **b.** $\frac{1,4}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\square}$ **c.** $\frac{1,2}{6} = \frac{6}{\square}$ **d.** $\frac{25}{2} = \frac{2}{\square}$

Porcentaje y números racionales

4) Laura trabaja en una empresa constructora que hace edificios de departamentos. Tiene que preparar el pedido de litros de pinturas para pintar varios edificios. Todavía no le informaron cuántos litros tiene que comprar en total, pero sabe que de cada 25 litros de pintura, 5 litros tienen que ser de pintura blanca.

a. ¿Cuántos litros de pintura blanca tendrá que comprar si le piden 100 litros de pintura en total? ¿Y si le piden que compre 50 litros? ¿Y para 20 litros?

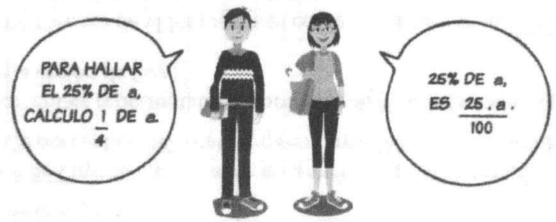
b. Para un edificio compraron 185 litros de pintura. ¿Cuántos litros de pintura blanca compraron?

c. Para otro edificio, llegaron 35 litros de pintura blanca. ¿Cuántos litros de pintura encargó Laura para ese edificio?

d. Pablo dice que la cantidad de pintura blanca es el 20% del total de pintura. Laura dice que es $\frac{1}{5}$ del total. ¿Quién tiene razón?

5) Matías asegura que para calcular el 25% de un número alcanza con multiplicarlo por $\frac{1}{4}$; mientras que Maricel lo corrige diciendo que hay que multiplicar al número por 25 y luego dividir lo obtenido por 100. ¿Tiene sentido esta discusión? ¿Por qué?

En la actividad anterior, aparece la notación de porcentaje, concepto que se utiliza para representar una razón donde la cantidad de referencia es 100 y lo simbolizamos con %. Como en el ejemplo, 25% significa 25 de cada 100, por lo tanto, podemos utilizar la fracción $\frac{25}{100}$ o bien la fracción $\frac{1}{4}$, ya que ambas son equivalentes. Por lo cual, como el 25% es la cuarta parte del entero, alcanza con dividir al entero por 4 y obtenemos la cantidad deseada.



6) Decidí si estas afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificá tus decisiones en la carpeta.

a. Calcular la mitad de 24.890 es equivalente a calcular el 50% de 24.890.

b. Para calcular el 10% de una cantidad, se multiplica esa cantidad por $\frac{1}{10}$.

c. Para calcular el 20% de 489.005, se multiplica 489.005 por $\frac{1}{20}$.

d. Calcular $\frac{3}{4}$ de una cantidad equivale a calcular el 25% de esa cantidad.

e. Para hallar el 45% de 3.600 se puede hacer 360 + 360 + 360 + 360 + 180 = 1.620.

f. Para calcular el 25% de a, hay que hacer $\frac{a}{4}$.

g. Para calcular el 35% de 7.543, es posible hacer 7.543 · 0,35.

7) Busquen una estrategia para calcular los siguientes porcentajes:

a. 20% de 2000 =
c. 5% de 1500 =
e. 30% de 870 =

b. 10% de 750 =
d. 15% de 600 =
f. 48% de 340 =

Reflexionamos sobre la actividad anterior:

- Para calcular el 20% de 2000, como 20 es la quinta parte de 100, alcanza con dividir a 2000 por 5 o multiplicarlo por un quinto.
- Para calcular el 10% de 750, como 10 es la décima parte de 100, alcanza con dividir a 750 por 10 o multiplicarlo por un décimo.
- Para calcular el 5% de 1500, como 5 es la veinteava parte de 100, alcanza con dividir a 1500 por 20 o multiplicarlo por un veinteavo. O bien, calcular el 10% y luego dividir lo obtenido por 2.
- Para calcular el 15% de 600, podemos calcular el 10%, luego la mitad de lo obtenido y sumar ambos resultados.
- Para calcular el 30% de 870, podemos calcular el 10%, luego multiplicar lo obtenido por 3.
- Para calcular el 48% de 340, una estrategia podría ser calcular el 50% (la mitad) y luego el 1% y restarle al 50% dos veces el 1%. Hay casos como este, donde es más simple calcular directamente:

$$48\% \text{ de } 340 = \frac{48}{100} . 340 = \frac{48 . 340}{100} = \frac{16320}{100} = 163{,}2.$$

Estas son solo algunas sugerencias, cada quien puede buscar la estrategia que le resulte más conveniente.

8) Completá esta tabla que muestra el 40% de algunas cantidades.

Cantidad total	800		450		1.000	
40% de la cantidad total		20		40		50

9) a. Se sabe que 37 es el 10% de una cantidad, ¿cuál es esa cantidad?

b. Si 45 es el 20% de una cantidad, ¿cuál es el total?

10) Completá los espacios en blanco. Al lado, escribí una cuenta de una sola operación que permita encontrar el número buscado.

a. 129 representa el 30% de ....

b. 212,85 representa el 33% de ....

c. 87,9 representa el 15% de ....

d. 41,83 representa el 89% de ....

11) Esta tabla muestra la cantidad de población según el Censo 2010.

Total del país	Chaco	Corrientes	Formosa	Mendoza	Misiones	San Juan	San Luis
40.117.096	1.055.259	992.595	530.162	1.738.929	1.101.593	681.055	432.310

a. La región Noreste (NEA) está compuesta por las provincias de Chaco, Corrientes, Formosa y Misiones. ¿Qué porcentaje del total del país representaba la población de la región NEA en 2010?

b. ¿Qué porcentaje del país representaba cada provincia de la región NEA?

c. ¿Es cierto que si se suma el porcentaje de cada provincia de la región NEA sobre el total del país se obtiene el porcentaje que representa esa región en el total de la Argentina?

d. La región de Cuyo se compone de las provincias de Mendoza, San Juan y San Luis. ¿Qué porcentaje del total del país representaba esta región en 2010?

e. ¿Qué porcentaje representaba la población de Mendoza sobre la población total de la región de Cuyo?

12) Al comprar una consola de videojuegos al contado y en efectivo, nos realizaron el 15% de descuento sobre el precio de lista, que era de $12.000.

a. ¿Cuánto dinero nos ahorramos con el descuento?

b. ¿Qué porcentaje de la consola pagamos?

c. Expliquen dos maneras diferentes para resolver esta situación.

13) En una peluquería cobran un 20% de recargo por pagar con tarjeta de crédito. Este miércoles, el banco que emite la tarjeta de crédito de Blanca hace un descuento del 20% sobre el valor que le cobren en la peluquería. ¿Le conviene pagar con tarjeta de crédito? ¿El valor que termina pagando es el mismo que si paga en efectivo?

14) Decidí si estas afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificá tus decisiones.

a. Si se descuenta un 35%, se cobra el 65% del total.

b. Calcular el 115% de un número a es equivalente a calcular $\frac{23}{20}$ de a.

c. Si se aumenta un precio en un 34%, entonces el precio nuevo es el 134% del precio anterior.

d. La cuenta $\frac{1}{25} \cdot a$ es equivalente al 4% de a.

e. En la cuenta $136 \cdot 0{,}87$ es posible interpretar que se está calculando el 87% de 136 o bien que se está descontando el 13%, porque $100 - 87 = 13$.

f. Si se quiere calcular un aumento del 27% sobre un precio, hay que multiplicarlo por 0,27.

a. $\frac{7}{10}$ de un valor b, ¿es igual al 70% de b o al 7% de b?

b. $\frac{26}{20}$ de un valor b, ¿es igual al 130% de b o al 13% de b?

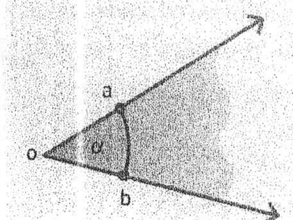
15) Según el Censo 2010, el total de la población argentina es de 40.117.096 habitantes, de ese total, solo 38.311.139 nacieron en la Argentina, el resto nació en otro país. ¿Cuál es el porcentaje de personas que nacieron en la Argentina? ¿Y cuál es el porcentaje de personas que nacieron en otro país?

Ángulos. Sistema sexagesimal

INFOACTIVA

Un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas que tienen el mismo origen. Para **nombrar un ángulo** se puede utilizar una de las siguientes formas:

- $a\hat{o}b$, se escribe el vértice en el medio;
- $\hat{o}$ se escribe solo el vértice;
- $\hat{\alpha}$ se escribe una letra griega.



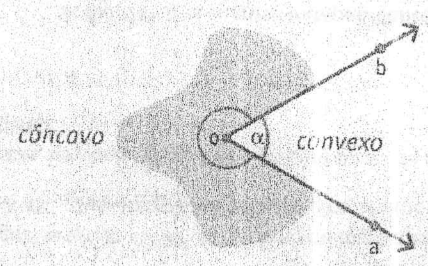
El **sistema sexagesimal** se usa para escribir medidas de ángulos.

En el sistema sexagesimal, un giro completo se divide en 360 partes iguales y cada una de esas partes se denomina **grado**.

Minuto sexagesimal: $1' = \frac{1}{60}$ de $1°$

segundo sexagesimal: $1'' = \frac{1}{60}$ de $1'$

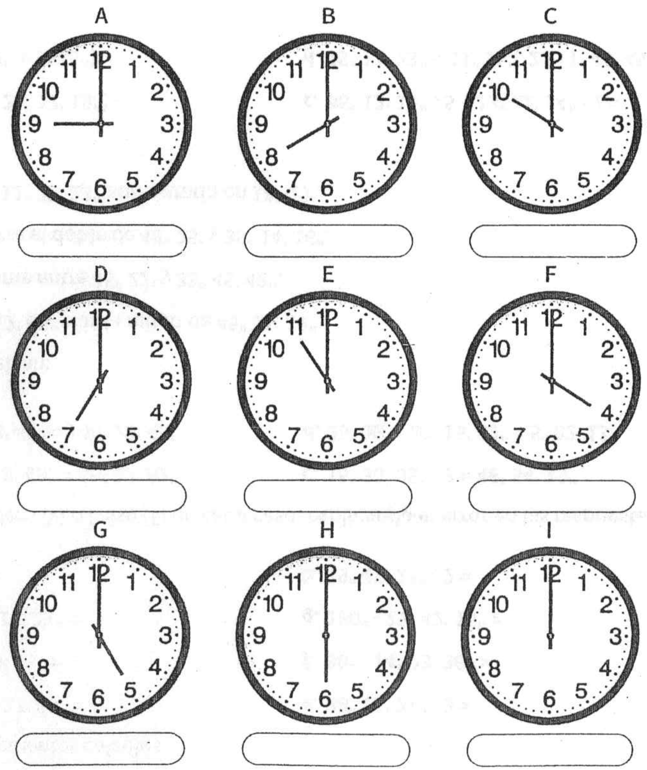
Un **ángulo** es **cóncavo** cuando es mayor que un llano. Es **convexo** cuando es menor.



Resumen de la clasificación de los ángulos según su amplitud:

ÁNGULOS
- **NULOS (exactamente 0°)**
- **CONVEXOS**
  - **AGUDOS (entre 0 y 90°)**
  - **RECTOS (exactamente 90°)**
  - **OBTUSOS (entre 90 y 180°)**
- **LLANOS (exactamente 180°)**
- **CÓNCAVOS (entre 180 y 360°)**
- **COMPLETOS O DE UNA VUELTA (exactamente 360°)**

2. Clasifiquen los ángulos convexos que forman las agujas del reloj e indiquen la hora que marcan en cada caso.



37

3. Para un correcto funcionamiento de una máquina de estampado, es necesario calibrar sus rodillos. Para ello, hay que girar uno de ellos 20° y el otro 35°. ¿Cuántos grados se giró en total?

4. Un barco en alta mar gira su timón 45° 38' 12" y como no logró adquirir el rumbo deseado nuevamente lo hace 10° 50' 45". ¿Cuántos grados necesitó girar el timón para lograr el rumbo?

Para realizar sumas o restas, hay que agrupar de a 60 para pasar de una unidad a otra, lo mismo sucede al multiplicar o dividir.

Suma

```
  50° 23' 11"
+ 18° 49' 54"
  -----------
  68° 72' 65"
     -60' -60"
  -----------
  68°  12'  5"
 +1°   +1'
  -----------
  69°  13'  5"
```

Se realizan tres cuentas independientes, para grados, minutos y segundos.
En el caso de que los minutos o segundos superen los 60, se debe hacer la conversión.

60" = 1'
60' = 1°

Resta

```
   1° = 60'
 - 59°  30'  12"
   27°  43'  02"
   -------------

 - 58°  90'  12"
   27°  43'  02"
   -------------
   31°  47'  10"
```

Como a 30' no podemos restarle 43', 1° se transforma en 60'.

Multiplicación

```
   12°  23'  04"
        X 4
   -------------
   48°  92'  16"
        - 60'
   -------------
   48°  32'  16"
 +  1°
   -------------
   49°  32'  16"
```

60' = 1°

División

```
45° 12' 22" |_2_________
01°           22° 36' 11"
1° = 60'
    72'  22"
    12   0
    0
```

5. Resuelvan los siguientes cálculos:

a. 25° 30' 35" + 11° 27' 59" =
b. 123° 18" + 49° 33' 45" =
c. 45° 23' 11" - 18° 11' 23" =
d. 145° 45' 11" . 8 =
e. 38° 15' 21" : 3 =
f. 90° - 14° 23' 36" =
g. 180° - 23° 42' 15" =
h. 39° 45' 23" : 2 =

6. Indiquen Verdadero (V) o Falso (F) en cada caso, explicando el error en las respuestas falsas.

a. 25° 15' 33" + 25° 8' 49" = 50° 23' 82"
b. 15° 11" + 125° 18' 45" = 140° 29' 45"
c. 15° 38' 05" . 3 = 46° 54' 15"
d. 25° 18' - 20° 15' 33" = 5° 02' 13"

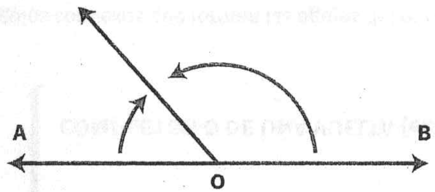
7. Planteen y resuelvan:

a. El doble de 30º 22' 05"más la mitad de 45° 11' 18".
b. El doble de la suma entre 45° 22' y 33° 45' 42".
c. La diferencia entre el doble de 48° 25' y 35° 14' 16".
d. El cuádruplo de 11° 25' 23" aumentado en 18° 20'.

8. Calculen:

a. 4 . (30° 20' 15" + 25° 12' 18") =
b. 180° - (26º 13' 12" + 3° 23") =
c. 36° 12' 15" : 5 + 13° 12' 14" : 2 =
d. 45° 11' 23" + 11° 25' . 2 - 11° 45' 45" : 3 =

Relaciones entre ángulos

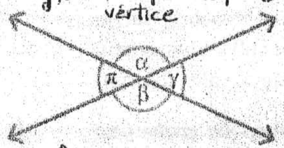
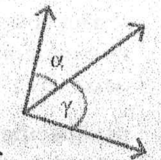
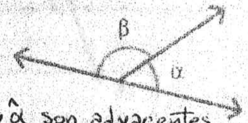
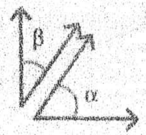
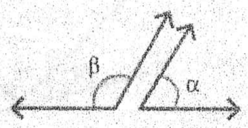


Dos ángulos que poseen un lado en común y los otros dos son semirrectas opuestas, se denominan **adyacentes**. Estos ángulos son consecutivos y sumados forman un ángulo llano.

Decimos que son suplementarios aquellos ángulos que al sumar sus amplitudes dan 180°. Los ángulos adyacentes por definición son **suplementarios**, pero no todos los suplementarios son necesariamente adyacentes. Esto se debe a que no siempre los suplementarios son consecutivos.

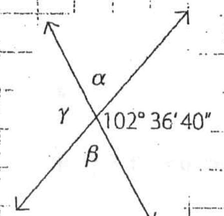
Llamamos **complementarios** a los ángulos cuyas amplitudes sumadas dan por resultado un ángulo recto (90°). Estos ángulos pueden ser o no consecutivos.

Dado un ángulo cualquiera, decimos que su opuesto es aquel que al sumarlo completa un giro (360°). El opuesto de un ángulo cóncavo es uno convexo y viceversa.

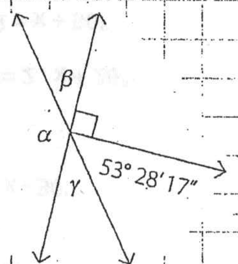
Según su posición		
Opuestos por el vértice: tienen el vértice en común y sus lados son semirrectas opuestas.	**Consecutivos:** tienen el vértice y un lado en común.	**Adyacentes:** son consecutivos y suplementarios.
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice  $\hat{\pi}$ y $\hat{\gamma}$ son opuestos por el vértice	 $\hat{\alpha}$ y $\hat{\gamma}$ son consecutivos	 $\hat{\beta}$ y $\hat{\alpha}$ son adyacentes
Según su medida		
Complementarios: la suma es igual a 1 recto.	**Suplementarios:** la suma es igual a 1 llano.	
 $\hat{\beta}$ y $\hat{\alpha}$ son complementarios	 $\hat{\beta}$ y $\hat{\alpha}$ son suplementarios	

Calcular la amplitud de todos los ángulos de cada figura.

a)



b)



9. Completen con nulo, agudo, llano, recto y obtuso.

a. El complemento de un ángulo agudo es un ángulo …………..

b. El suplemento de un ángulo nulo es un ángulo ………………

c. El complemento de un ángulo recto es un ángulo ……………

d. El ángulo adyacente de un obtuso es un ángulo ………………

10. Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas, en caso contrario, corregirlas y expresarlas de la forma correcta (de ser necesario hagan una figura de análisis para explicar).

a. Dos ángulos adyacentes nunca pueden ser iguales.

b. Dos ángulos obtusos a veces pueden ser adyacentes.

c. Dos ángulos agudos nunca pueden ser complementarios.

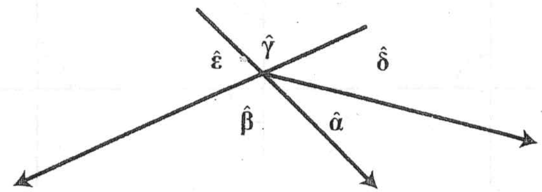
d. Dos ángulos agudos siempre son suplementarios.

e. Un ángulo agudo y otro obtuso a veces pueden ser adyacentes.

11. Calculen la amplitud de los ángulos indicados a partir de los datos dados. Justifiquen su respuesta.

a.

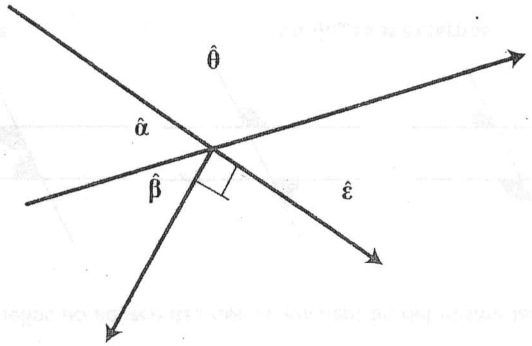
$\hat{\varepsilon} = 125°$
$\hat{\delta} = 30°$



$\hat{\alpha} =$ $\hat{\beta} =$ $\hat{\gamma} =$

b.

$\hat{\theta} = 115°\ 11'\ 38''$



$\hat{\alpha} =$ $\hat{\beta} =$ $\hat{\varepsilon} =$

12. Pasen a lenguaje algebraico y calculen:

a. La mitad del complemento de un ángulo $\hat{\alpha}$, si $\hat{\alpha} = 26°\ 30'$

b. El complemento de la mitad de un ángulo $\hat{\varepsilon}$, si $\hat{\varepsilon} = 26°\ 30'$

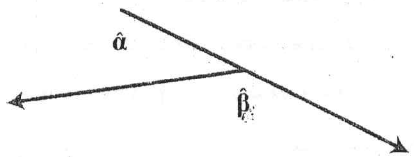
c. El triple del suplemento de un ángulo $\hat{\gamma}$, si $\hat{\gamma} = 29°\ 30'\ 26''$

d. El suplemento del triple de un ángulo $\hat{\beta}$, si $\hat{\beta} = 29°\ 30'\ 26''$

39

13. Planteen la ecuación y hallen la amplitud de cada ángulo. Justifiquen en cada caso la ecuación planteada.

a.

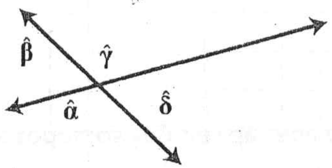


$\hat{\alpha} = 2 . x$

$\hat{\beta} = 10 . x - 60$

b. $\hat{\delta}$ y $\hat{\varepsilon}$ son complementarios $\hat{\delta} = 5 . x + 20° 30'$ $\hat{\varepsilon} = 3 . x - 30'$

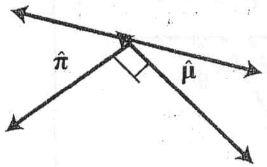
c.



$\hat{\gamma} = 2 . x + 20°$

$\hat{\alpha} = x + 50°$

d.

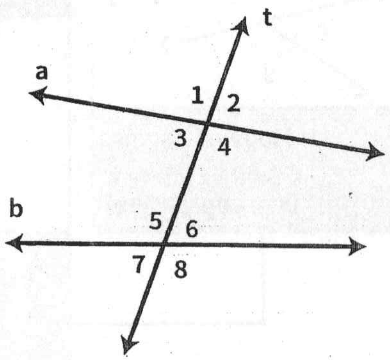


$\hat{\pi} = 3 . x - 20°$

$\hat{\mu} = x + 10°$

Ángulos determinados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal

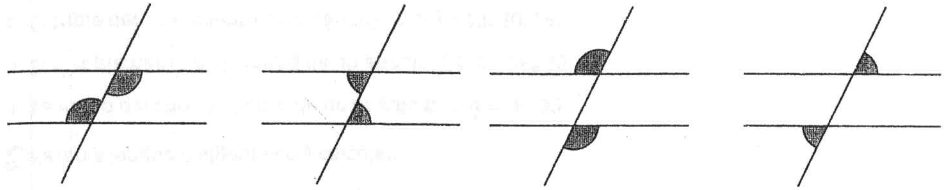
Cuando tenemos dos rectas **coplanares** (pertenecientes al mismo plano) cortadas por una transversal, quedan determinados ocho ángulos.



Decimos que los ángulos 1, 2, 7 y 8 son **externos**, mientras que 3, 4, 5 y 6 son **internos** a las rectas. Podemos determinar parejas de ángulos según sus disposiciones con respecto a la recta trasversal.

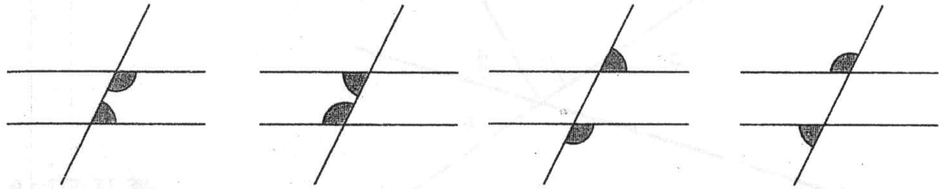
Los ángulos **alternos** son aquellos no adyacentes que se encuentran en lados opuestos de la transversal.

Encontramos:



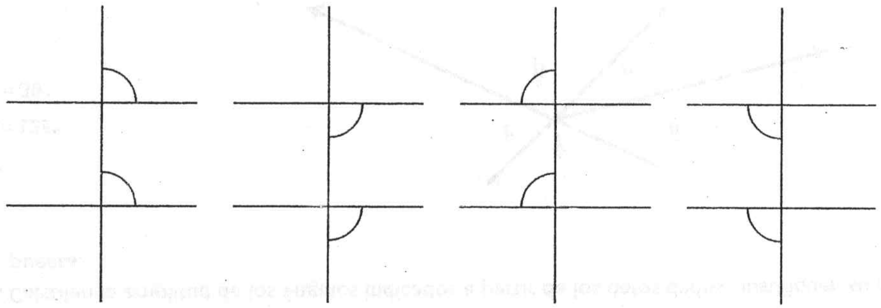
Alternos internos **Alternos externos**

Loa ángulos **conjugados** son aquellos no adyacentes que se encuentran del mismo lado de la transversal. Encontramos:



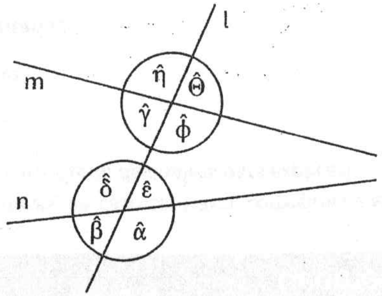
Conjugados internos **Conjugados externos**

Se conoce como ángulos **correspondientes** a dos ángulos no adyacentes que se encuentren del mismo lado de la transversal, pero uno es interno y el otro externo.



Correspondientes

14. Indiquen qué relación guardan los siguientes pares de ángulos:



a. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\theta} \rightarrow$

b. $\hat{\alpha}$ y $\hat{\eta} \rightarrow$

c. $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma} \rightarrow$

d. $\hat{\beta}$ y $\hat{\theta} \rightarrow$

e. $\hat{\phi}$ y $\hat{\alpha} \rightarrow$

f. $\hat{\delta}$ y $\hat{\eta} \rightarrow$

g. $\hat{\gamma}$ y $\hat{\delta} \rightarrow$

15. Tracen un par de rectas y nómbrenlas A y B, luego una transversal a ellas y nómbrenla C. Marquen:

a. Con rojo un par de ángulos alternos internos.

b. Con amarillo un par de ángulos conjugados externos.

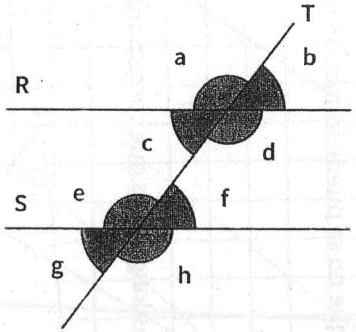
c. Con verde un par de ángulos correspondientes.

3. Construyan dos rectas paralelas.

INTEGRANDO LAS TIC

Para recordar cómo trazar dos rectas paralelas, busquen "Construcción de rectas paralelas y perpendiculares" en el canal de YouTube de Educatina.

En el caso especial de que las rectas atravesadas por la transversal sean paralelas, los ángulos que quedan determinados presentan ciertas particularidades en cuanto a su amplitud.



16. Imaginemos que la recta S se desplaza sobre T hasta quedar sobre R, veríamos que los ángulos que determina S al ser cortada por T, son congruentes (igual amplitud) que los que determina R al ser cortada por T.

a. Con una hoja de calcar, copien los ángulos determinados sobre S y luego superpónganlos sobre R.

b. Completen con el ángulo que corresponde en cada caso:

$\hat{a}$ = ... $\hat{g}$ = ... $\hat{h}$ = ... $\hat{f}$ = ...

- ¿Qué nombre reciben los pares de ángulos del punto anterior?

PARA SABER MÁS

Los ángulos correspondientes que quedan determinados por rectas paralelas son congruentes. Por lo tanto, los ángulos alternos internos entre paralelas tienen igual amplitud y los ángulos alternos externos entre paralelas son iguales.

Los ángulos conjugados internos y externos entre paralelas son suplementarios.

17. Completen las siguientes oraciones, a partir del gráfico de la página 66.

a. Si $\hat{e} = \hat{a}$ por ser .... y $\hat{a}$.... $\hat{d}$ por ser opuestos por el vértice, entonces $\hat{e} = \hat{d}$.

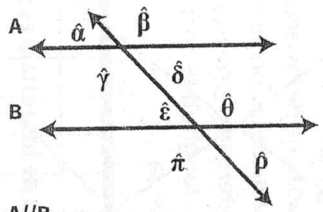
b. Si $\hat{g}$ .... $\hat{c}$ por ser correspondientes y $\hat{c} = \hat{b}$ por ser ...., entonces $\hat{g} = \hat{b}$.

c. Por ser adyacentes, $\hat{a} = \hat{c}$ son .... y $\hat{a} = \hat{e}$ por ser ....; por lo tanto, e y c son suplementarios.

d. $\hat{h}$ y $\hat{f}$ son ....; por lo tanto, suplementarios, $\hat{f}$....... $\hat{b}$ por ser correspondientes, en conclusión $\hat{h}$ y $\hat{b}$ son suplementarios.

18. Den la amplitud de los siete ángulos restantes en cada figura. Justifiquen cada resultado.

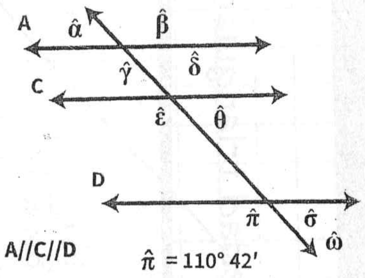
a.



A//B

$\hat{\alpha} = 47° 25' 52''$

b.

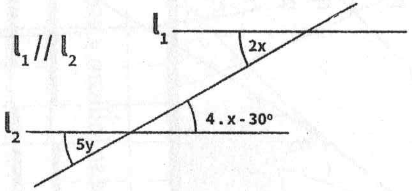


A//C//D $\hat{\pi} = 110° 42'$

19. Planteen la ecuación en cada caso y hallen la amplitud de cada ángulo de la figura.

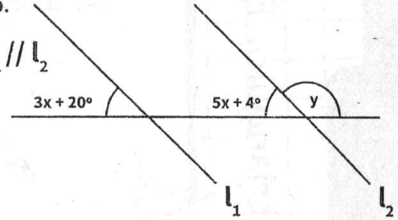
a.

$l_1 // l_2$



b.

$l_1 // l_2$



20. Completen con Siempre, A veces o Nunca, según corresponda en cada caso. Para cada situación, hagan una figura de análisis.

a. Los ángulos correspondientes entres paralelas .... son congruentes.

b. Los alternos externos entre paralelas .... son suplementarios.

c. Los ángulos conjugados internos entre paralelas .... son congruentes.

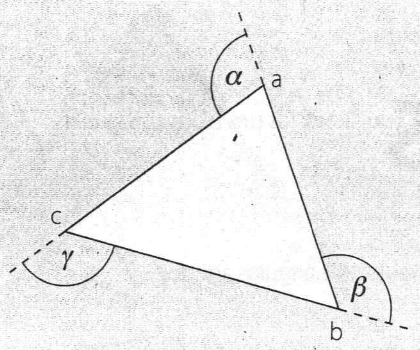
d. Los conjugados internos .... son suplementarios.

e. Los ángulos conjugados externos .... son suplementarios.

Elementos de un triángulo. Propiedad triangular

Teoría

Los elementos de un triángulo son:



Vértices: a, b y c

Lados: $\overline{ab}$, $\overline{bc}$ y $\overline{ac}$

Ángulos interiores: $\hat{a}$, $\hat{b}$ y $\hat{c}$.

Ángulos exteriores: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$.

Propiedad triangular:

La longitud de cada uno de los lados de un triángulo es **menor que la suma** de las longitudes de los otros dos, y **mayor que su diferencia** (positiva).

Al lado de **mayor longitud** se opone el ángulo de **mayor amplitud** y viceversa.

1 **Considerar los segmentos que se indican y escribir con cuáles de los restantes se puede armar un triángulo.**

a) Rojo y verde.

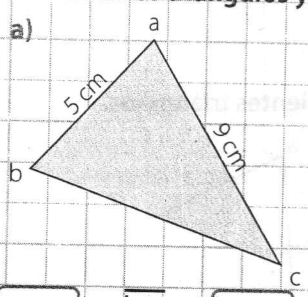
b) Marrón y celeste.

c) Verde y anaranjado.

d) **Escribir los tríos de segmentos con los que no se puede formar un triángulo.**

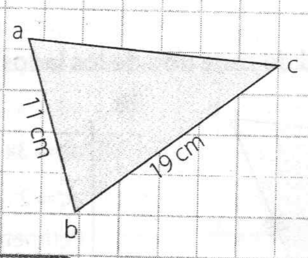
2 **Observar los triángulos y completar con las longitudes que correspondan.**

a)



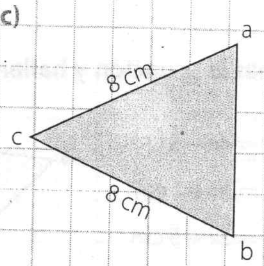
$\square < \overline{bc} < \square$

b)



$\square < \overline{ac} < \square$

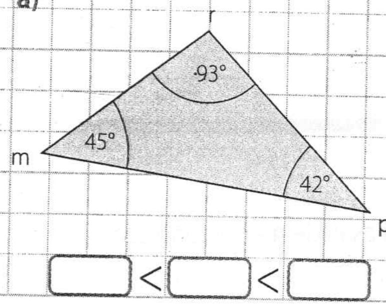
c)



$\square < \overline{ab} < \square$

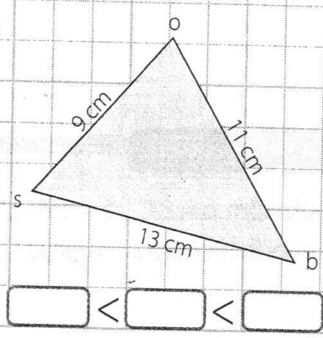
3 **Completar con el lado o ángulo que corresponda en cada caso.**

a)



$\square < \square < \square$

b)

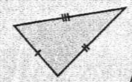
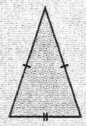
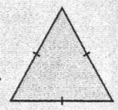


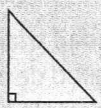
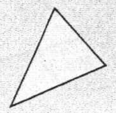
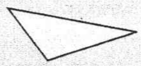
$\square < \square < \square$

Clasificación de triángulos

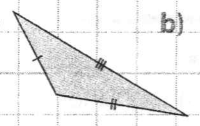
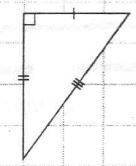
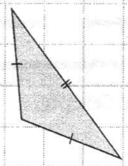
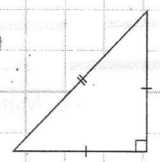
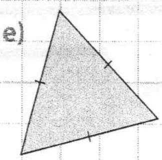
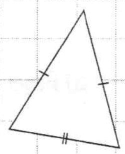
Teoría

Los triángulos se clasifican según la longitud de sus lados o la amplitud de sus ángulos.

Según sus lados:
- Escaleno: los tres lados son distintos. 
- Isósceles: por lo menos dos lados son iguales.  → Equilátero: los tres lados son iguales. 

Según sus ángulos:
- Rectángulo: un ángulo es recto. 
- Oblicuángulo: no tiene ningún ángulo recto.
  - Acutángulo: tres ángulos agudos. 
  - Obtusángulo: un ángulo obtuso. 

4 **Clasificar según sus lados y ángulos cada uno de los siguientes triángulos.**

a)  b)  c)  d)  e)  f) 

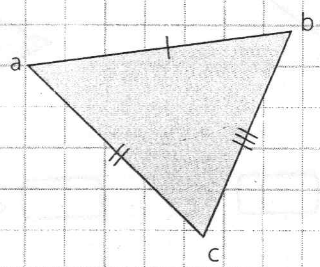
5 **Calcular y responder.**

a) Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 114 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

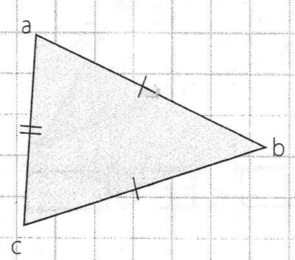
b) Si el perímetro de un triángulo isósceles es de 127 cm y el lado desigual mide 53 cm, ¿cuál es la longitud de cada uno de sus lados iguales?

6 **Plantear la ecuación y hallar la longitud de cada uno de los lados de los siguientes triángulos.**

a)
$$\begin{cases} \overline{ab} = 4x - 3 \text{ cm} \\ \overline{ac} = 3x + 1 \text{ cm} \\ \overline{bc} = 2x + 5 \text{ cm} \\ \text{Perímetro: } 66 \text{ cm} \end{cases}$$



b)
$$\begin{cases} \overline{ab} = 3x - 5 \text{ cm} \\ \overline{ac} = 2x + 2 \text{ cm} \\ \text{Perímetro: } 96 \text{ cm} \end{cases}$$



Para pensar y resolver

7 En el triángulo $a\hat{p}m$: $\hat{p} = 84°$ y $\hat{a} = 46°$.

a) ¿Cuál es el lado de mayor longitud?

b) ¿Cuál es el de menor longitud?

Propiedades de los ángulos de un triángulo

Teoría

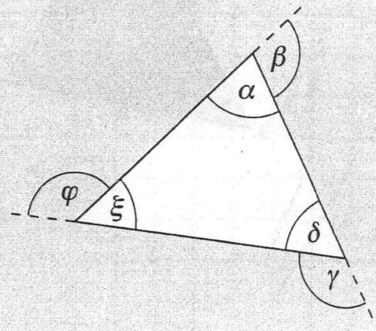
Los ángulos interiores y exteriores de un triángulo cumplen las siguientes propiedades:

I) $\hat{\alpha}+\hat{\delta}+\hat{\xi}=180°$

III) $\hat{\beta}+\hat{\gamma}+\hat{\varphi}=360°$

II) $\begin{cases}\hat{\alpha}+\hat{\beta}=180° \\ \hat{\delta}+\hat{\gamma}=180° \\ \hat{\xi}+\hat{\varphi}=180°\end{cases}$

IV) $\begin{cases}\hat{\beta}=\hat{\delta}+\hat{\xi} \\ \hat{\gamma}=\hat{\xi}+\hat{\alpha} \\ \hat{\varphi}=\hat{\alpha}+\hat{\delta}\end{cases}$



8 **Calcular la amplitud del ángulo $\hat{b}$ en el triángulo $\widehat{abc}$, si $\hat{a}=64°\,38'\,52''$ y $\hat{c}=75°\,44'\,39''$.**

9 **Hallar la amplitud de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, si el ángulo exterior a uno de ellos mide $117°\,38'\,42''$.**

10 **Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los ángulos interiores del triángulo $\widehat{abc}$, si $\hat{a}=3x+5°$, $\hat{b}=2x+45°$ y $\hat{c}=9x-10°$.**

11 **Hallar la amplitud de los ángulos interiores de los siguientes triángulos isósceles.**

a) Los ángulos iguales tienen una amplitud de $63°\,49'\,52''$.

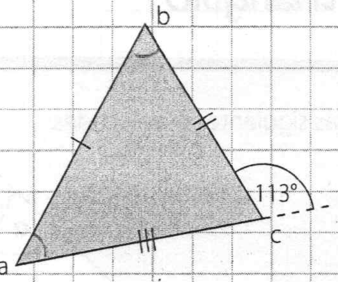
b) El ángulo opuesto a la base tiene una amplitud de $53°\,41'\,32''$.

c) El ángulo exterior del ángulo opuesto a la base tiene una amplitud de $129°\,14'\,46''$.

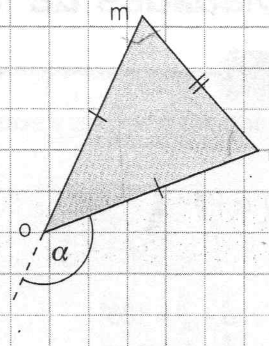
d) El ángulo exterior de uno de los ángulos iguales tiene una amplitud de $113°\,51'\,8''$.

12 **Hallar la amplitud de los ángulos interiores de cada triángulo.**

a) $\begin{cases} \hat{a} = 7x + 3° \\ \hat{b} = 8x + 5° \end{cases}$



b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 7x - 10° \\ \hat{m} = 2x + 22° \end{cases}$

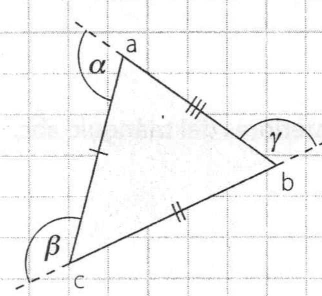


13 **Calcular los ángulos interiores del triángulo mp̂r.**

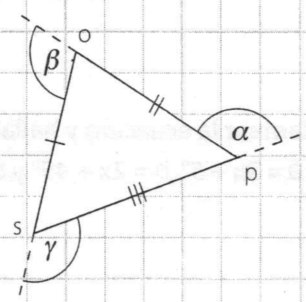
$\begin{cases} \hat{p} = 35°\ 22'53'' \\ \hat{r} = \hat{p} + 13°\ 46'29'' \end{cases}$

14 **Hallar la amplitud de los ángulos interiores y exteriores de los siguientes triángulos.**

a) $\begin{cases} \hat{a} = 13x \\ \hat{b} = 3x + 26° \\ \hat{c} = 4x + 28° \end{cases}$

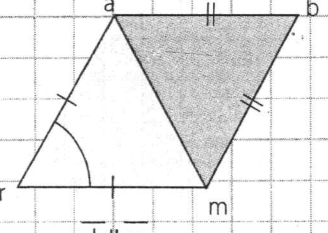


b) $\begin{cases} \hat{\alpha} = 8x - 6° \\ \hat{\beta} = 6x - 1° \\ \hat{\gamma} = 7x - 11° \end{cases}$



Para pensar y resolver

15 **Calcular la amplitud de los ángulos interiores del triángulo rojo.**



$\overline{ab} \parallel \overline{rm}$

LECTURA

Los censos en la historia argentina

Un censo es un conteo y recuento de la población de un determinado país cada una cierta cantidad de tiempo. Comúnmente, los censos son realizados cada 10 años. Este estudio demográfico arroja datos importantes para los institutos de estadística nacionales, a fin de constatar la cantidad de personas por región que hay y qué necesidades o características específicas tienen las viviendas en las que habitan.

En Argentina, el primer censo poblacional se desarrolló en 1869 bajo el gobierno de Domingo F. Sarmiento. La unidad de análisis fue el individuo y solo constó de ocho preguntas. Según ese registro, en el país, vivían 1.800.000 personas.

Más de 20 años después, en 1895, aparecen las preguntas sobre religión, fecundidad y propiedad. El total de habitantes fue de poco más de cuatro millones.

El censo de 1914 es un Censo de Población Agropecuario e Industrial. La población ascendió a casi ocho millones de personas.

En 1947, la unidad de observación es la familia. En las preguntas sobre el estado civil, aparece la condición de separado y en las de ocupación, el desocupado. Con casi 16 millones de habitantes.

En el siguiente censo, además de preguntar sobre estado civil, se pregunta sobre la situación conyugal. En 1960, se analizaron también las causas de la deserción en la escolaridad primaria y se contaron unos 20 millones de habitantes.

Los avances tecnológicos acompañan el censo de 1970 y, por primera vez, se usa una lectora óptica de la cédula censal para procesar los datos. Hubo bastantes inconvenientes en su aplicación. Habitando el suelo argentino 23 millones de personas.

En 1980, aparecen dos formularios: uno básico y otro ampliado. El segundo solo se aplica en una parte de la población que es seleccionada por muestra en las localidades y provincias más pobladas. Casi llegamos a los 28 millones.

El censo de 1990 se realizó finalmente en 1991 por razones presupuestarias. Siendo 32.600.000 el número de habitantes.

En 2001, con un enrarecido clima social y con muchas críticas a la realización del conteo, desaparece el formulario de muestreo y se hacen preguntas sobre población originaria y la discapacidad. Fuimos más de 36.260.130.

En 2010, las unidades de análisis fueron la población, hogares y viviendas, arrojando en este caso que la existencia de 40.117.096 habitantes en la República Argentina.

Actividad

1. ¿Qué sucede con la cantidad de habitantes a medida que transcurre el tiempo?
2. ¿Siempre se analizan las mismas características de la población en los censos? ¿Cuáles son los ejemplos?

Estadística

La rama de la matemática que consiste en el proceso de recolección, clasificación, descripción, representación y análisis de los datos (como lo que se realiza en un censo) es la **estadística**.

En el artículo anterior, vemos que el censo se realiza a todos los habitantes del país. A ese conjunto de personas, individuos, objetos o elementos sobre los que vamos a analizar una o más cualidades, propiedades o características lo llamamos **población**.

Como no siempre es posible realizar un estudio o investigación sobre el total de la población, se selecciona una parte o subconjunto de esa población, y es a lo que llamamos **muestra**. Por ejemplo, cuando alguien tiene que hacerse un examen médico no se extraen toda la sangre para saber cuál es su estado de salud, sino que le extraen una cantidad mínima necesaria para realizar el estudio correspondiente.

Podemos ver partes de los cuestionarios del censo de 2010 en la República Argentina:

1 ¿Cuál es la relación o parentesco con el jefe (a) del hogar?
- ☐ Jefe (a)
- ☐ Cónyugue o pareja
- ☐ Hijo (a) / Hijastro (a)
- ☐ Yerno / Nuera
- ☐ Nieto (a)
- ☐ Padre / Madre / Suegro (a)
- ☐ Otros familiares
- ☐ Otros no familiares
- ☐ Servicio doméstico y sus familiares

2 ¿Es varón o mujer?
- ☐ Varón
- ☐ Mujer

3 ¿Cuántos años tiene? (en años cumplidos)
Si todavía no cumplió un año anote 000
Años ☐☐☐

4 Fecha de nacimiento
Día: ☐☐ Mes: ☐☐ Año: ☐☐☐☐

5 ¿En qué país nació?
- ☐ Argentina — **Si la persona tiene 3 años o más continúe en 7**
- ☐ Otro país — **Menor de 3 años → Fin de la entrevista**

VIVIENDA

1 Tipo de vivienda particular **Anote por observación**
- ☐ Casa
- ☐ Rancho
- ☐ Casilla
- ☐ Departamento
- ☐ Pieza en inquilinato
- ☐ Pieza en hotel familiar o pensión
- ☐ Local no construido para habilitación
- ☐ Vivienda móvil
- ☐ Persona/s viviendo en la calle — **Pase a 4**

2 La vivienda está...
habitada
- ☐ con personas presentes
- ☐ con todas las personas temporalmente ausentes

deshabitada
- ☐ en alquiler o venta
- ☐ en construcción
- ☐ se usa como comercio, oficina o consultorio
- ☐ se usa para vacaciones, fin de semana u otro uso temporal
- ☐ por otra razón

— **Fin de la entrevista**

ATENCIÓN CENSISTA: recuerde que para el censo, un hogar es la persona o grupo de personas que comparten los gastos de alimentación y viven bajo el mismo techo.

GUÍA PARA DETECTAR HOGARES:
1. Al llegar a la vivienda que le corresponde censar, indague cuántas personas pasaron la noche allí.
2. Pregunte si todas las personas comparten los gastos de alimentación.
3. Abra un cuestionario para cada hogar detectado en la vivienda.
4. En caso de que detecte más de un hogar en la vivienda, abra un nuevo cuestionario y transcriba los mismos datos de Ubicación Geográfica incluyendo el mismo número de Vivienda en el nuevo cuestionario. Continúe en la pregunta 4.
5. Numere correlativamente los hogares en el casillero Hogar N°.

3 Cantidad de hogares en la vivienda: ☐☐
Hogar N°: ☐☐

Como podemos ver, cuando se toma como unidad de análisis a la vivienda, algunas características que importan son el tipo de vivienda, si está habitada o no, la cantidad de hogares en la vivienda. Cuando la unidad de análisis es el individuo, algunas características que se estudian son parentesco, sexo, edad, nacionalidad.

A cada una de esas características la denominamos **variable**; por lo cual se hace evidente que de un mismo individuo se puede estudiar más de una variable.

Hay variables como por ejemplo tipo de vivienda (casa, rancho, casilla, etc.) toman valores no numéricos, a estas variables las llamamos **variables cualitativas**.

Mientras que las que toman valores numéricos, las llamamos **variables cuantitativas**, como por ejemplo cantidad de hogares en vivienda.

3. En la página del INDEC (Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina), busquen el formulario del cuestionario básico de viviendas particulares y traten de identificar:

a. Identifiquen cuatro variables cualitativas y realicen un listado de los valores que pueden tomar cada una de ellas.

b. Identifiquen cuatro variables cuantitativas e indiquen cuáles son los valores que pueden tomar.

Las variables cuantitativas pueden diferenciarse en **continuas o discretas**, esto tiene que ver con el conjunto numérico en que trabajen. Las variables discretas solo admiten números enteros, mientras que las continuas contemplan también los racionales.

Ejemplos:

- Si analizamos la cantidad de autos que pasan por un peaje a una hora determinada, obtendremos como respuesta un número que será entero. No podrán pasar 3,5 autos, por lo tanto, la variable "Cantidad de autos" es cuantitativa y discreta.

- La variable "Tiempo que tardó en llegar a la escuela", es cuantitativa y continua, ya que podríamos tardar 1.30 hs.
- En el caso de tener una encuesta sobre la calificación de una obra de teatro donde los espectadores deban decidir entre: buena, mala o regular, estaríamos frente a una variable cualitativa.

Cuando se hace un relevamiento de datos, puede pasar que algunos de ellos se repitan. Se denomina **frecuencia absoluta** (fi) a la cantidad de veces que se reitera un determinado valor de una variable.

La **frecuencia relativa** (hi) es la fracción del total que representa cada valor de la variable.

El **porcentaje** de la variable analizada se obtiene al multiplicar por 100 a la variable relativa.

¡A PENSAR!

En una encuesta, hecha a 30 alumnos del curso, sobre la práctica de deportes se obtuvieron las siguientes respuestas:

	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia relativa (hi) $hi = \frac{fi}{n}$	Porcentaje % = hi . 100
Practican deportes	19	$\frac{19}{30} = 0,6\overset{\frown}{3}$	$63,\overset{\frown}{3}$
No practican deportes	11	$\frac{11}{30} = 0,3\overset{\frown}{6}$	$36,\overset{\frown}{6}$
Total (n)	30	1	100

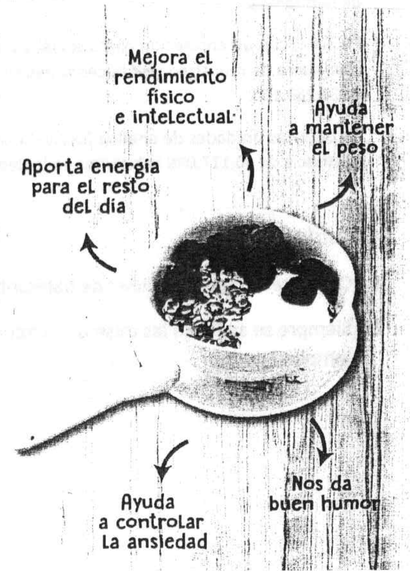
4. Luego de una clase de biología, donde se trabajó sobre alimentación saludable, los alumnos descubrieron que el desayuno es la principal comida del día y es muy importante que sea nutritivo y no se saltee. Un grupo de ellos realizó una encuesta a los 120 alumnos de la secundaria sobre si realizaban el desayuno habitualmente o lo evitaban. Los resultados obtenidos fueron:

- 45 alumnos respondieron que habitualmente desayunaban.
- 20 alumnos dijeron que a veces lo hacían.
- El resto respondió que nunca desayunaban.

a. Realicen un cuadro que incluya la frecuencia absoluta, relativa y el porcentaje.

b. Indiquen cuál es la moda.

c. Clasifiquen la variable.



Gráficos estadísticos

Cuando tenemos mucha información para analizar, luego de hacer una encuesta o relevamientos de datos, es muy útil organizarla y volcarla en gráficos. Existe una gran cantidad de gráficos para representar datos estadísticos.

Gráficos de barras

Está constituido por barras rectangulares de igual ancho, conservando la misma distancia de separación entre sí.

Para elaborarlo, debemos utilizar un sistema de coordenadas cartesianas. Construimos los rectángulos tomando como base al eje de las abscisas, y las alturas quedarán determinadas por las diferentes frecuencias que presentan las variables en estudio.

Ejemplo:

Se hizo una encuesta en los segundos años sobre el deporte preferido de los alumnos, obteniéndose los siguientes datos.

Fútbol	15 alumnos
Natación	5 alumnos
Vóley	3 alumnos
Patín	10 alumnos
Otros deportes	7 alumnos

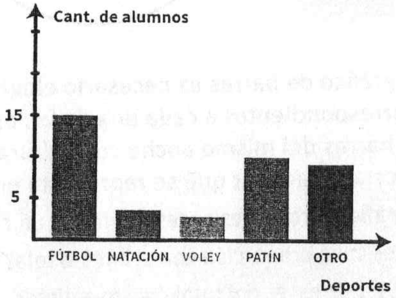
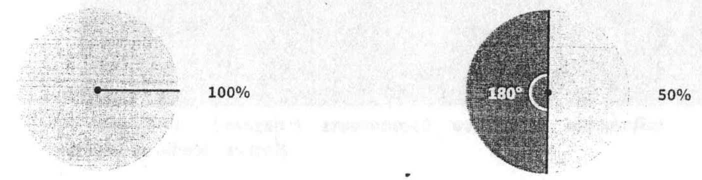


Gráfico de sectores circulares

Este tipo también es conocido como gráfico de torta, debido a su forma característica de una circunferencia dividida en partes. Se usa para representar variables cualitativas en porcentaje o cifras absolutas cuando el número de ítems no es superior a cinco.

Para calcular cada porción de la torta, se aplica la proporcionalidad directa, a mayor porcentaje, mayor ángulo central.

Por ejemplo:



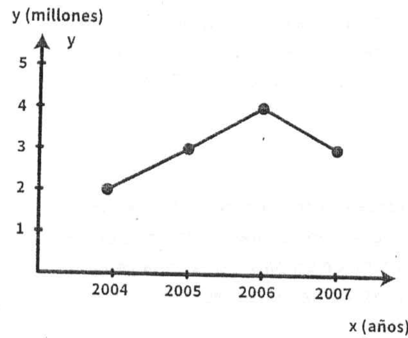
100% le corresponde un ángulo central de 360°. Al 50% un ángulo central de 180°.

%	100	10	75	25	15
Ángulo	360°				

Gráfico de líneas o tendencias

Se utiliza para mostrar el comportamiento de una variable cuantitativa a través del tiempo. Ejemplo:

El gráfico muestra la cantidad (expresada en millones) de autos vendidos en una determinada región entre los años 2004 y 2007.



5) Realicen una encuesta entre 30 compañeros de diferentes cursos, consultándolos sobre el uso de cinturón de seguridad.

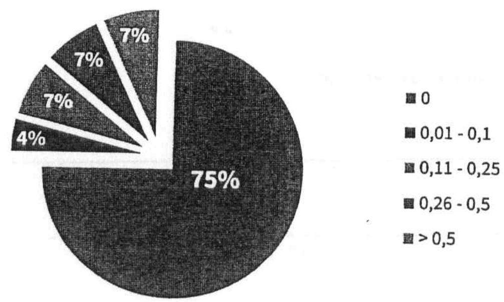
Lo uso	Siempre	A veces	Nunca

Realicen una tabla de frecuencia, luego calculen la moda y hagan un gráfico de barras que muestre la situación real.

6) Una de las causas de accidentes de tránsito es el consumo indebido de alcohol que genera, pérdida de los reflejos y desinhibición, entre otras cosas, lo que hace que el conductor sienta una falsa sensación de seguridad, que lo lleva a ser imprudente en sus decisiones tras el volante.

El siguiente gráfico refleja los porcentajes obtenidos en los controles a conductores particulares por rango. Recordemos que por rango entendemos los intervalos de graduación alcohólica, que son cuatro:

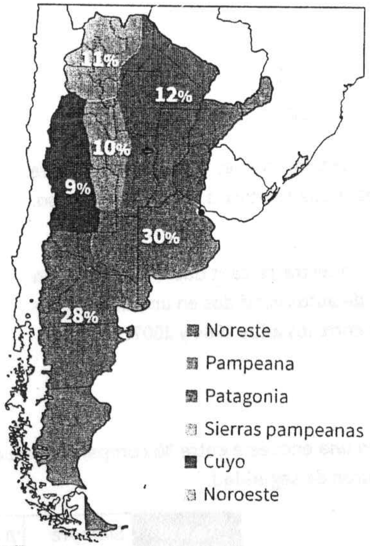
- 0,01 g/L a 0,1 g/L
- 0,11 g/L a 0,25 g/L
- 0,26 g/L a 0,5 g/L
- más de 0,5 g/L



a. ¿Qué porcentaje de personas dieron positivo al test?

b. En total, se realizaron 6622 controles. Indiquen qué cantidad de personas superaron el 0,26 g/L de alcohol en sangre. La ley vigente establece como límite permitido para manejar un vehículo particular 0,5 gramos de alcohol por litro de sangre, para motociclistas 0,2 y para conductores profesionales el límite es 0 gramo por litro.

El mapa muestra los porcentajes de turistas registrados en el último fin de semana largo. Sabiendo que el total de turistas fue de 1.500.000, se pide que construyan una tabla de frecuencias y calculen el promedio de turistas por región. ¿Se puede considerar que el valor encontrado es significativo? ¿Por qué?

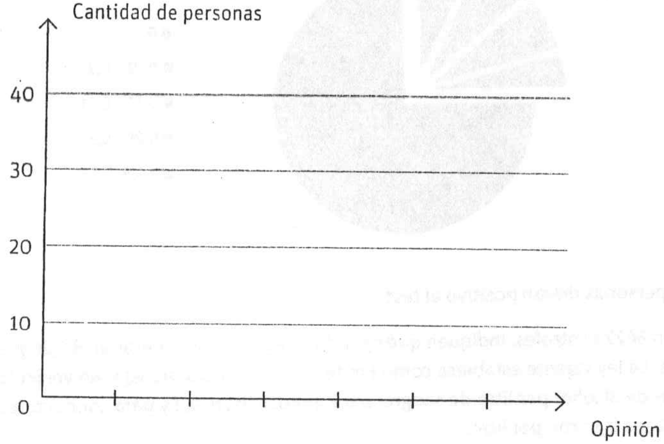


El **cartograma** es otro tipo de gráfico estadístico, donde para representar la información se utiliza un mapa de un país o una zona geográfica, no necesariamente respetando escalas o proporciones.

Construcción de gráficos

7. Se realizó una encuesta a un grupo de personas acerca de cómo es el servicio de Internet en los celulares. Los datos se volcaron en esta tabla. Realizá un gráfico de barras.

Opinión	Muy malo	Malo	Aceptable	Bueno	Muy bueno
Cantidad de personas	36	20	13	17	22



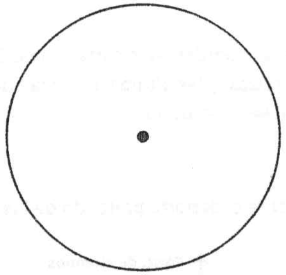
8. Mariana tiene 8 primos y primas. Le preguntó a cada uno cuál es el género musical que más le gusta y lo anotó de la siguiente manera. Realizá un gráfico circular que represente los porcentajes de cada género musical. Aclará el porcentaje de cada sector circular y a qué género pertenece; podés usar colores.

Pop internacional: Julia y Tomás.

Cumbia: Sol, Andrea, Donato y Benjamín.

Jazz: Mara.

Música clásica: Sofía.

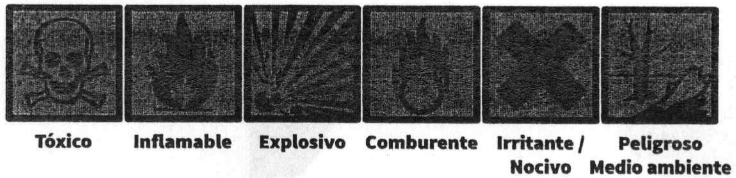


Para trazar un gráfico de barras es necesario elegir una escala en el eje vertical que permita marcar los números correspondientes a cada una de las opciones de la información a representar. Luego, hay que trazar barras del mismo ancho cuya altura sea igual al valor correspondiente a cada opción. Es importante aclarar qué se representa en cada eje.

Para **trazar un gráfico circular** es necesario trazar un círculo y marcar su centro. Luego hay que dividir el círculo en sectores cuya proporción con el círculo total sea igual al porcentaje a representar. Por ejemplo, para trazar el 25%, que es $\frac{1}{4}$ del total, hay que pintar $\frac{1}{4}$ de círculo.

Para obtener el ángulo del sector circular que representa a un porcentaje hay que considerar que la proporción entre el ángulo y 360° debe ser igual a la proporción entre el porcentaje y 100. Por ejemplo, el ángulo para el 30% es aquel que al dividirlo por 360° da $\frac{30}{100}$, que es 108°.

9. Los siguientes logos están directamente relacionados con la seguridad de los ciudadanos y cuyo conocimiento es esencial.



Estos logos advierten sobre la peligrosidad de ciertos productos, como por ejemplo los que pueden provocar efectos adversos en la salud (tóxico); los que se inflaman por efecto de calor o fricción (inflamable); los que pueden explotar al contacto con una llama (explosivo); o aquellos que pueden alterar o dañar gravemente el ecosistema. En la siguiente tabla, se muestra el nivel de conocimiento de 30.000 habitantes de una zona urbana y 10.000 habitantes de zona rural sobre estos símbolos.

Leer e interpretar gráficos estadísticos

Para entender algunos estudios estadísticos es necesario saber interpretar gráficos que, a veces, se encuentran uno en relación con otro.

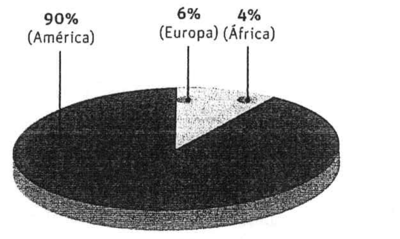
Consideremos la siguiente situación:

Una empresa presenta los siguientes gráficos correspondientes a exportaciones de sus productos en el año 2017.

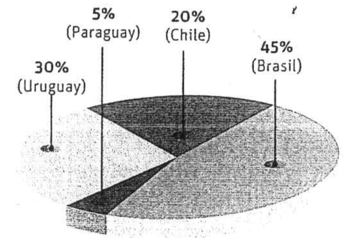
Exportaciones en 2017

Destino	Dinero (en dólares)
América	43.584.772
Europa	3.140.396
África	2.180.418
Resto	59.133

Exportaciones según destino



Exportaciones en América



Los porcentajes del primer gráfico circular no son exactos. Esto se observa al sumar los porcentajes del gráfico, que da el 100%, mientras que el porcentaje correspondiente al monto de la última fila de la tabla no está representado en el gráfico. Esto sucede porque, en general, los porcentajes se redondean y los valores menores del 1% no se grafican.

Al observar el segundo gráfico circular, vemos que está referido a uno de los sectores circulares del primer gráfico: el de América. Por eso hay que tener en cuenta que los porcentajes del segundo gráfico no se refieren al total del dinero de las exportaciones, como sucede en el primer gráfico, sino que el 100% es el monto de los productos exportados a América. Por ejemplo, el 30% correspondiente a Uruguay es un porcentaje de la cantidad de exportaciones a América, que es el 90% de las exportaciones totales de la empresa.

Realizar y analizar un estudio estadístico

Para realizar un estudio estadístico, primero hay que elegir el **tema** que se estudiará y seleccionar las mejores **preguntas** para obtener información relevante y concreta.

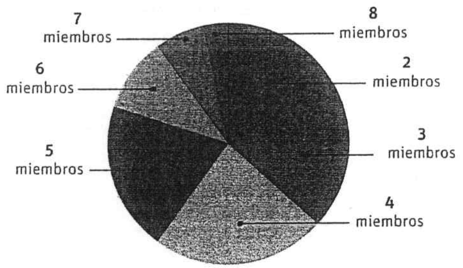
Supongamos que se quiere estudiar cómo están conformadas las familias de los alumnos de un curso. Se puede preguntar cuántos hermanos tienen, si viven con ambos padres, cuántos miembros tiene su familia. Algunas preguntas tienen respuesta numérica y otras no. Al analizar datos numéricos son útiles las herramientas matemáticas que han estudiado.

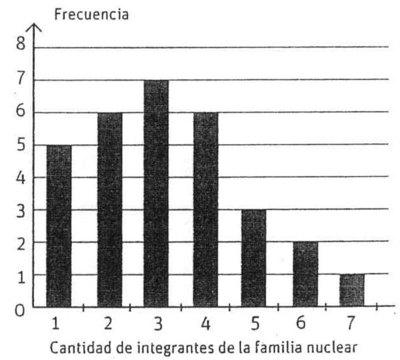
Después, hay que **recolectar la información** mediante la consulta a un grupo de personas, que puede ser la población entera o una muestra representativa de esta. En la situación que estamos analizando, consultamos a un curso, un grupo de 30 chicos. Les preguntamos con cuántos familiares conviven. Se anota y luego se arma una tabla de frecuencias.

2	5	5	4	3	3	8	6	5	2	4	3	2	4	5
3	4	5	4	3	6	2	7	4	6	2	5	4	7	3

Cantidad de integrantes de la familia nuclear	2	3	4	5	6	7	8
Frecuencia	5	6	7	6	3	2	1

Después se puede realizar un gráfico circular o de barras para mostrar la información.





Podemos obtener las medidas de tendencia central: el promedio es 4,2; la mediana y la moda valen 4. Como son valores cercanos, podemos decir que son confiables para caracterizar la cantidad de integrantes de la familia nuclear de los chicos de ese curso.

Encuesta - Grado de conocimiento				
Denominación	Comunidad urbana		Comunidad rural	
	Conoce	Sabe	Conoce	Sabe
Tóxico	92,80 %	84,50 %	94,80 %	90,50 %
Inflamable	95,70 %	88,50 %	95,10 %	91,10 %
Explosivo	32,50 %	28,50 %	34,20 %	29,00 %
Comburente	38,60 %	29,60 %	47,30 %	29,90 %
Irritante / Nocivo	77,30 %	44,80 %	72,30 %	41,50 %
Peligroso Medio ambiente	32,90 %	25,30 %	43,50 %	28,50 %

a. Indiquen en cada caso la frecuencia correspondiente.

b. ¿Cuál podría ser motivo en la diferencia de porcentajes en cada tipo de zona?

c. Realicen una encuesta a sus familias sobre si conocen y si saben qué significan cada uno de esos símbolos. En clase, unan todos los resultados y confeccionen una tabla de distribución de frecuencias absolutas y porcentuales. ¿Qué sucede con los porcentajes? ¿Se asemejan a los de la tabla de la actividad?

10. El salario que percibieron 21 albañiles por un día de trabajo fue: 1210; 1440; 2050; 1530; 1210; 1260; 1280; 1300; 2130; 1480; 1310: 1440; 1390; 1340; 1350; 1470; 1410; 1440; 1330; 1370, 1440.

a. Calculen el salario promedio diario de un albañil.

b. ¿Cuál es la moda ~~en este~~ caso? Interpreten el resultado en el contexto de esta situación.

c. ¿Cuál es el salario que no es superado por el 50% de los albañiles de la muestra?

Una interpretación para esta situación es que el salario diario del 50% de los albañiles no supera a 1390. En el caso de que el tamaño de la muestra sea par, se realiza la semisuma de los dos valores centrales. Por ejemplo, al ordenar las edades de 8 personas obtenemos: 4; 6; 8; 9; 10; 17; 21; 25, los valores centrales son 9 y 10, los sumamos 9 + 10 = 19 y a este resultado lo dividimos por 2. Por lo tanto la mediana es 9,5. Como podemos observar, hay cuatro valores que no superan 9,5 y otros cuatro valores que lo superan.

Medidas de tendencia central

11. Elena toma una prueba. Estas son las calificaciones de sus alumnos.

3	4	4	4	5	5	5	6	6	6
7	7	7	7	8	8	9	9	10	10

a. Calculá la nota promedio de esa evaluación.

b. Las notas están ordenadas. ¿Qué nota está en el medio? ______

c. ¿Cuál es la nota que obtuvo la mayoría de los alumnos? ______

Para dar una idea general de un conjunto de datos es necesario encontrar un valor que los represente, es decir una **medida de tendencia central**. En Estadística hay tres valores que cumplen esa función: el promedio, la mediana y la moda.
El **promedio** o **media** es el valor que indica el centro de un conjunto de datos. Se calcula sumando todos los valores y dividiendo el resultado por la cantidad de datos.
La **mediana** es el valor que está en el medio de los datos al ubicarlos ordenados de menor a mayor.
La **moda** es el valor que más se repite en el grupo de datos.

12. Se consultaron las alturas (en metros) de un grupo de personas. Resolvé las consignas en la carpeta.

1,83	1,70	1,65	1,62	1,80	1,49	1,65	1,71	1,77	1,71
1,72	1,56	1,70	1,60	1,69	1,72	1,57	1,62	1,59	1,75
1,69	1,55	1,63	1,59	1,82	1,82	1,70	1,53	1,75	1,63

a. Calculá el promedio, la mediana y la moda.

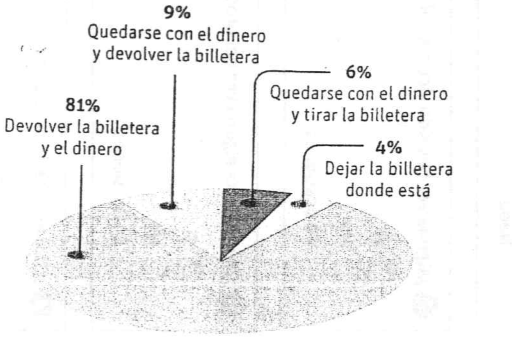
b. Explicá qué significa cada medida central en el contexto de la situación.

c. ¿Cuál es la medida central más representativa?

El promedio no es **representativo** de un grupo de datos cuando hay mucha diferencia entre ellos. Para estos casos, la mediana es el valor más apropiado para representar el conjunto de datos. Si estos dos valores están próximos, entonces son **confiables** para caracterizar a esos datos.
La moda es representativa cuando los valores de los datos no son numéricos.

Me pongo a prueba

1. Se realizó una encuesta a 429 jóvenes de entre 13 y 17 años que asistían al turno mañana de las escuelas secundarias del centro de la ciudad de Rosario, en Santa Fe, un día del año escolar. Se les preguntó qué harían si hallaran una billetera tirada, dándoles 4 posibles respuestas. El gráfico muestra los resultados.



a. Completá la tabla.

[illegible]	[illegible]	[illegible]
Devolver la billetera y el dinero		
Quedarse con el dinero y devolver la billetera		
Quedarse con el dinero y tirar la billetera		
Dejar la billetera donde está		

b. Los valores de la frecuencia que obtuviste, ¿son los valores reales? ¿Por qué pensás que sucede eso?

c. Realizá un gráfico de barras que represente las frecuencias aproximadas.

2. Se consultó a un grupo de 45 estudiantes acerca de cuánto tiempo tardaban en llegar desde su casa a la escuela. Los resultados fueron que 12 estudiantes tardan 10 minutos, 19 demoran 5 minutos, y el resto, 20 minutos.

a. ¿Cuál es la moda?

b. Calculá el promedio y la mediana.

c. Decidí cuál de los tres valores te parece más representativo del conjunto de datos.

3. Se le pregunta a un grupo de personas cuánto dinero (en pesos) invierte en sus gastos fijos mensuales. Las respuestas son las siguientes.

600	600	700	760	760	780	780
820	900	920	980	980	980	980
1.000	1.020	1.020	1.020	1.040	1.060	1.060
1.080	1.120	1.120	1.120	1.140	1.160	1.180
1.200	1.240	1.260	1.260	1.280	1.360	1.360
1.360	1.380	1.380	1.380	1.400	1.580	1.580
1.600	1.640	1.640	1.660	1.740	1.780	1.800
1.980	1.990					

a. ¿Qué valor representa la moda?

b. ¿Cuál es el gasto promedio de las respuestas recolectadas?

c. Indicá cuál es la mediana.

d. Escribí cuál te parece que es el valor central que mejor representa a este conjunto de datos.

4. En una fábrica de 1.500 trabajadores se quiere hacer una encuesta. Si hay 1.200 operarios y 300 ejecutivos, ¿cuántos operarios debería tener una muestra de 50 trabajadores para que resulte representativa?

5. Una cadena de supermercados desea conocer las preferencias de sus clientes en el consumo de vegetales y realiza una encuesta a los clientes un sábado entre las 9 y las 11.

a. En esta situación, ¿el elemento que se estudia es una población o una muestra?

b. Escribí tres preguntas con respuesta numérica que ayuden a evaluar las preferencias de los clientes del supermercado.

c. ¿Por qué son útiles las respuestas numéricas?

d. ¿Las respuestas serán representativas también para las personas que suelen hacer las compras por la noche? ¿Por qué?

6. En una empresa chica, 4 empleados cobran \$36.000; otros 3, \$20.000 y 3 más, \$14.000.

a. ¿Cuál es el sueldo promedio del grupo de empleados?

b. Calculá la mediana y la moda.

c. ¿Cuál de los tres valores centrales es el que mejor representa los sueldos?

7. La siguiente tabla contiene información sobre los continentes y su área expresada en km².

Continente	km²
Asia	43.810.000
América	42.330.000
África	30.370.000
Antártida	10.180.000
Europa	10.180.000
Oceanía	9.008.500

a. Calculen el porcentaje correspondiente a cada continente.

b. Vuelquen la información en un gráfico circular y de barras.

c. ¿Cuáles son las variables analizadas?

d. ¿Cuál es la superficie total del planeta ocupada por los continentes? Expresen este resultado en m².

e. Pasen a notación científica el resultado anterior.

8. Investiguen sobre la composición de la población indígena de Argentina y completen:

Pueblo originario	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	%
Mapuches			
Collas			
Tobas			
Wichís			

a. Construyan un gráfico con la información obtenida.

b. ¿Cuáles son las variables analizadas? Clasifíquenlas.

c. Investiguen cómo evolucionaron a lo largo de los últimos 100 años estos pueblos (número de habitantes, superficie de tierras que ocupan, etc.). Compartan sus respuestas con la clase.

ENCUESTA SOBRE EL BULLYING

Entrevistado: ______ Edad: ______

1. ¿Sabés qué es el bullying?
- ☐ Sí
- ☐ No
- ☐ Tal vez

2. ¿Qué información tienes sobre el bullying?
- ☐ Mucha
- ☐ Poca
- ☐ Nada

3. ¿Alguna vez has sido víctima del bullying?
- ☐ Sí
- ☐ No
- ☐ En ocasiones

4. ¿Participaste alguna vez del proceso de bullying?
- ☐ Sí
- ☐ No
- ☐ En ocasiones

4. ¿Cuál es el perfil de la persona que ocasiona bullying?
- ☐ Violento
- ☐ Cariñoso
- ☐ Tranquilo