Escuela Normal “José María Torres”
Espacio Curricular: Matemática
Año: 4°
Divisiones: Todas
Profesoras: Andrea Martínez, Lidya Caffaro y Roxana Boxler

Contenidos:

- ✓ Razones y proporciones numéricas
- ✓ Teorema fundamental de las proporciones
- ✓ Función de proporcionalidad directa e inversa, tabla y representación gráfica.

Clase 6: Razones y proporciones

Revisión de contenidos

Antes de comenzar el nuevo tema que vamos a desarrollar, trabajaremos primero con fracciones, de modo que se nos facilite el próximo paso.

1 Indica si estas parejas de fracciones son equivalentes o no.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{4}$ b) $\frac{12}{16}$ y $\frac{6}{7}$ c) $\frac{4}{3}$ y $\frac{80}{60}$

2 Calcula una fracción equivalente a $\frac{50}{6}$ que cumpla:

a) Tiene como denominador un número mayor que 50.
b) Tiene como numerador un número menor que 30.
c) Tiene como denominador 36.

3 Expresa en forma de fracción estos números decimales.

a) 0,1 = b) 0,25 = c) 0,5 = d) 0,65 = e) 0,9 =

4 Calcula el número decimal que expresan las siguientes fracciones.

a) $\frac{2}{5} =$ b) $\frac{8}{25} =$ c) $\frac{3}{2} =$ d) $\frac{3}{4} =$ e) $\frac{9}{200} =$

RAZONES Y PROPORCIONES

D. RAZONES Y PROPORCIONES

Razón

Una **razón** entre dos cantidades es una comparación por cuociente, es decir:

$$\frac{a}{b} = k$$

a : Antecedente

b : Consecuente

k : Valor de la razón

Ejemplo

Si las edades de Carlos y Francisco son 12 y 15 años, entonces la razón entre sus edades es: $\frac{12}{15}$ si simplificamos por tres obtenemos: $\frac{4}{5}$

Proporción

La igualdad entre dos razones se denomina **proporción**, es decir

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ó } a:b = b:c$$

donde a y d : Extremos

b y c : Medios

Ejemplo

La igualdad entre las razones anteriores: $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ es una proporción, lo que se puede constatar porque los productos cruzados son iguales: $12 \cdot 5 = 4 \cdot 15$

Teorema fundamental de las proporciones

La propiedad: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$ se denomina propiedad fundamental de las proporciones.

El símbolo ⇔ se lee "*sí y solo sí*"

Significa que la primera expresión es cierta solo si es cierta la segunda, y viceversa.

Para comprender mejor, mira los videos [Proporcionalidad numérica: RAZÓN] y [¿Qué es una razón?]

¿Cómo planteamos y resolvemos problemas de proporcionalidad?

Proporcionalidad Directa

Dos variables están en proporcionalidad directa si su cuociente permanece constante:

$$x \text{ e } y \text{ están en proporcionalidad directa} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = k$$

k se denomina la constante de proporcionalidad.

Ejemplo

Un vehículo tiene en carretera un rendimiento de 16 km/l, ¿cuántos litros de nafta consumirá en un viaje de 192 km?

Planteo

16 km --------→ 1 l

192 km-------→ **x l**

Escribo la proporción

$$\frac{16km}{192km} = \frac{1l}{x\ l}$$

Aplico la propiedad fundamental de las proporciones

16.x= 192.1

Despejo y hallo el valor de x

$$X = \frac{192.1}{16}$$

X= 12 litros

En un viaje de 192 km se consumen 12 litros de combustible

Proporcionalidad Inversa

Dos variables están en proporcionalidad inversa si su producto permanece constante:

x e y están en proporcionalidad inversa $\Leftrightarrow x \cdot y = k$

k se denomina la constante de proporcionalidad.

Ejemplo

Tres obreros demoran 5 días en hacer una zanja, ¿cuánto demorarán 4 obreros?
Por estar en proporcionalidad inversa el producto entre las variables: número de obreros – tiempo es constante:

Planteo

3 obreros --------→ 5 días

4 obreros-------→ **x** días

INVIERTO LA RAZÓN

Escribo la proporción

$$\frac{3\ ob}{4\ ob} = \frac{x\ días}{5\ días}$$

Aplico la propiedad fundamental de las proporciones

3.5= 4.x

Despejo y hallo el valor de x

$$X = \frac{3.5}{4}$$

$$X = \frac{15}{4} = 3,75\ días$$

Cuatro obreros tardarán 3,75 días (podemos expresarlos en días, horas, minutos y segundos si fuera posible)

Para comprender mejor, mira La proporcionalidad en la vida cotidiana y Proporcionalidad numérica: proporción

¿Cómo completamos tablas de valores?

Problema 1.

La velocidad de un automóvil es constante igual a 60 km por hora, completar la siguiente tabla.

Distancia/km	60	120	180	240	300
Tiempo/hora	1				

La distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla son directamente proporcionales, pues a mayor espacio recorrido, corresponde mayor tiempo, y a menor espacio recorrido corresponde menor tiempo.

Solución.

Tiempo/hora	1				
Distancia/km	60	120	180	240	300

> IMPORTANTE:
>
> Este es un ejemplo de completar tablas de una proporción directa.
>
> En el caso de ser INVERSA recuerda **invertir la segunda razón** (la que tiene la incógnita) y luego aplicar la propiedad fundamental.

La primera proporción que se tiene es

$$\frac{1}{60} = \frac{n}{120}$$

$$\boxed{1 \times 120 = 60 \times n}$$

$$\boxed{120 = 60 \times n}$$

$$\boxed{n = \frac{120}{60}}$$

$\boxed{n = 2}$ Es el valor que va arriba de 120

La segunda proporción que se tiene es

$$\frac{1}{60} = \frac{n}{180}$$

$$\boxed{1 \times 180 = 60 \times n}$$

$$\boxed{180 = 60 \times n}$$

$$\boxed{n = \frac{180}{60}}$$

$\boxed{n = 3}$ Es el valor que va arriba de 180

La tercera proporción que se tiene es

$$\frac{1}{60} = \frac{n}{240}$$

$$\boxed{1 \times 240 = 60 \times n}$$

$$\boxed{240 = 60 \times n}$$

$$\boxed{n = \frac{240}{60}}$$

$\boxed{n = 4}$ Es el valor que va arriba de 240

La cuarta proporción que se tiene es

$$\frac{1}{60} = \frac{n}{300}$$

$$\boxed{1 \times 300 = 60 \times n}$$

$$\boxed{300 = 60 \times n}$$

$$\boxed{n = \frac{300}{60}}$$

$\boxed{n = 5}$ Es el valor que va arriba de 300

TABLA COMPLETA EN BASE A LOS CÁLCULOS ANTERIORES

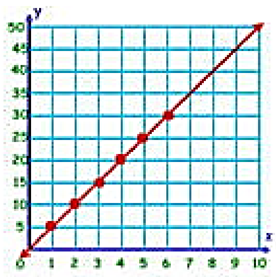
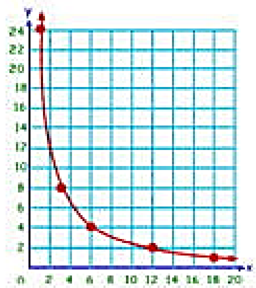
Solución.

Tiempo/hora	1	2	3	4	5
Distancia/km	60	120	180	240	300

Para comprender mejor, mira [Tablas de proporcionalidad]

¿Cómo representamos gráficamente con tablas de valores?

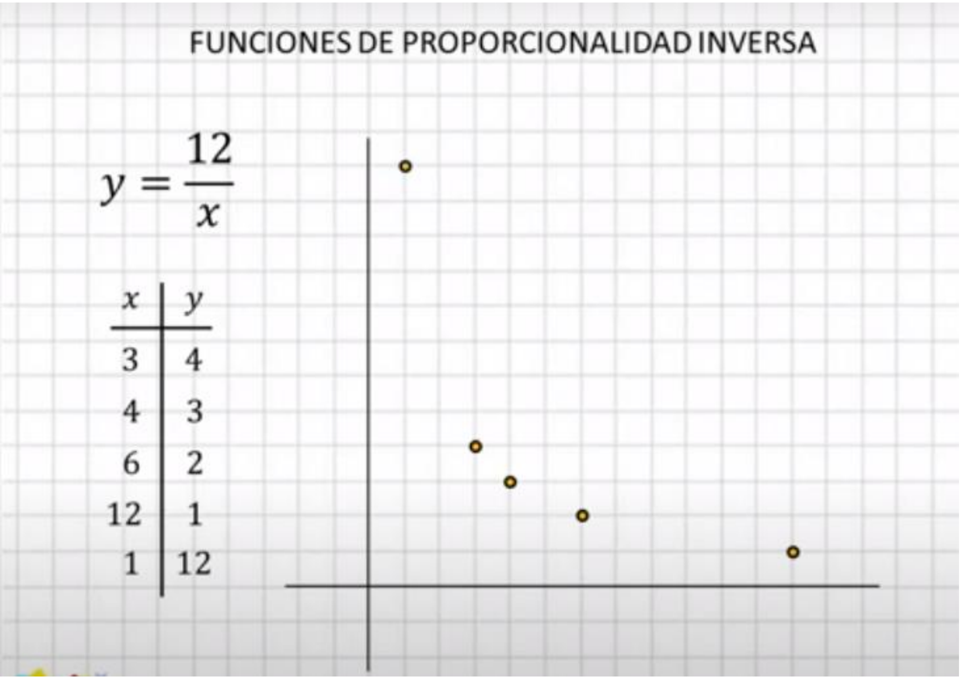
FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA. REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Función de Proporcionalidad Directa	Función de Proporcionalidad Inversa
Al aumentar o disminuir una de las variables, la otra aumenta o disminuye, respectivamente, en la misma razón. **"A más… más y a menos… menos"**	En una función de proporcionalidad inversa, si una de las variables aumenta, la otra disminuye en un mismo factor; y si una de las variables disminuye, la otra aumenta en un mismo factor. **"A más… menos y a menos… más"**
La gráfica es una **línea recta** que pasa por el origen de coordenadas. 	La gráfica es una curva llamada **hipérbola**. 
Función de la forma: $y = k \cdot x$	Función de la forma: $y = \frac{k}{x}$
Constante de proporcionalidad: $k = \frac{y}{x}$	Constante de proporcionalidad: $K = x \cdot y$

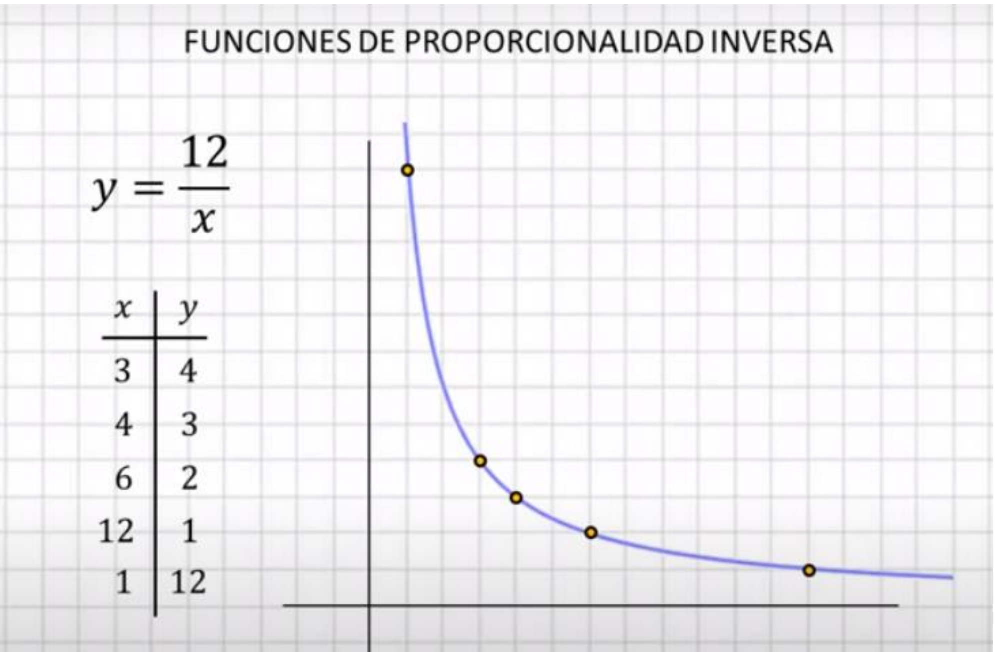
Recuerda que para realizar las representaciones gráficas de la función de proporcionalidad armamos tablas de valores, luego trazamos los puntos en un sistema de ejes cartesianos y finalmente los unimos, de acuerdo a lo que observes podrás decir si se trata de una función de proporcionalidad directa o inversa

Para comprender mejor, mira **Grafica de una función de proporcionalidad directa** (Hasta tiempo 3:16)

De la misma forma si tenemos una función de proporcionalidad inversa y armamos una tabla de valores con el siguiente ejemplo:



Trazando la curva que une los puntos obtenemos la gráfica de la función que es una hipérbola equilátera



Para comprender mejor, mira **Diversos tipos de variación**

ACTIVIDADES

1) Escribe las **RAZONES** correspondientes a las siguientes situaciones(simplifica en caso de que sea posible):

a) De las 350 páginas que tiene un libro he leído 95.
b) Hemos recorrido 260 km de un trayecto de 600 km.
c) Silvia tiene $28 de un total de $72.
d) De los 32 dientes que tenemos, al bebé le han salido 4.

2) Calcula **LA INCÓGNITA x** en estas proporciones (recuerda la propiedad fundamental).

a) $\frac{8}{5} = \frac{12}{x}$

b) $\frac{8}{12} = \frac{x}{6}$

3) Encuentra el valor de la incógnita (sigue los mismos pasos que en la actividad 2 y no te olvides la propiedad distributiva con respecto a la multiplicación):

$$\frac{x-1}{3} = \frac{7x-12}{6}$$

4) Una revista cuesta $150. ¿Son directamente proporcionales las magnitudes N.º de revistas – Precio?

5) Estudia si las magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

a) El radio de una circunferencia y su longitud.
b) La velocidad que lleva un coche y el tiempo que emplea en hacer un determinado recorrido.
c) El número de entradas de un cine y su precio.
d) La superficie de una pared y el tiempo que se tarda en pintarla.
e) La gasolina que gasta un coche y la distancia que recorre.

6) Determina si las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales:

a) El número de máquinas y el tiempo que tardan en hacer un trabajo.
b) La edad de una persona y su velocidad al caminar.
c) La edad y estatura de una persona.
d) El consumo de electricidad y las horas de luz solar.

7) a) Completa la tabla para que corresponde a los valores de dos magnitudes directamente proporcionales.
b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad (k)?
c) Realiza el gráfico en un sistema de ejes cartesianos.

***Ayuda**: ver ejemplo de cómo completar tablas, la constante de proporcionalidad directa está en el cuadro de funciones de proporcionalidad.*

x	y
1	10
2	
	30
4	
	50
6	
	70

8) Dieciocho obreros realizan un trabajo en 30 días.

a) ¿Qué tipo de proporcionalidad es?
b) Completa los valores de la tabla
c) ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad (k)?
d) Realiza el gráfico en un sistema de ejes cartesianos.

Cantidad Obreros	Días
3	180
9	
18	30
27	
36	

9) Resuelve las siguientes problemas (Ayuda: lee con atención los problemas y analiza si son de proporcionalidad directa o inversa antes de comenzar a resolverlos):

a) Un auto gasta en gasolina $23 cada 4 km. ¿Cuánto costará el combustible en un viaje de 270 km si mantiene el mismo consumo?
b) Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5.000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?
c) En una urbanización se plantan cinco árboles por cada dos casas. En total se plantaron 45 árboles. Forma la proporción correspondiente y averigua el número de casas que tiene la urbanización.
d) Un arquitecto planea terminar un edificio en un año y medio, con la ayuda de 36 obreros. Si le conceden una prórroga de medio año, ¿de cuántos obreros puede prescindir?