

Trigonometría

Un poco de historia

La trigonometría se desarrolló a partir de los esfuerzos realizados en la antigüedad para impulsar el estudio de la astronomía y pronosticar la trayectoria y posición de los cuerpos celestes, así como para mejorar la precisión en la navegación y el cálculo del tiempo y los calendarios.

Una gran parte del trabajo matemático realizado en el siglo XVIII fue producto de la necesidad de describir ciertos fenómenos físicos. Por ejemplo, ¿qué forma tiene una vela bajo la presión del viento? ¿Qué forma tiene una cuerda elástica que vibra (por ejemplo, una cuerda de violín o guitarra), pero está fija en ambos extremos? Las respuestas a estas preguntas con frecuencia requieren el uso de funciones trigonométricas.

La palabra trigonometría se refiere a la medición de triángulos (de origen griego: Trígonos= triángulo, Metría = medida). Por ello podemos decir que, es la parte de la Matemática que estudia y analiza la relación que existe entre las medidas de los lados de un triángulo y la medida de sus ángulos.

El fin de la trigonometría es resolver triángulos. Un triángulo está constituido por tres lados y tres ángulos.

Es necesario recordar algunos conceptos para obtener mejor comprensión antes de comenzar a desarrollar el tema.

Triángulo rectángulo

Un triángulo rectángulo es un triángulo con un ángulo recto. El lado opuesto al ángulo recto (90°) se denomina **hipotenusa** y los otros dos lados se llaman **catetos**.

Las aplicaciones de la trigonometría de triángulos rectángulos en campos como topografía y navegación implican **resolver triángulos rectángulos**. La expresión “resolver un triángulo” quiere decir que se desea determinar la longitud de cada lado y la medida de cada ángulo del triángulo. Se puede resolver cualquier triángulo rectángulo si se conocen dos lados o un ángulo agudo y un lado.

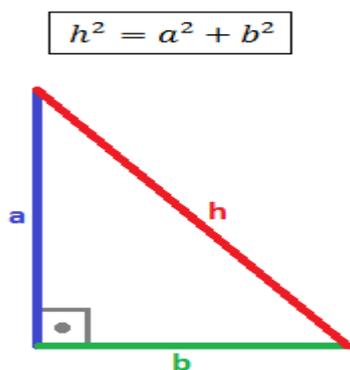
En esta clase trabajaremos la **resolución de triángulos rectángulos a partir del Teorema de Pitágoras**.

TEOREMA DE PITÁGORAS

Hace mucho tiempo, un matemático Griego llamado **Pitágoras** descubrió una propiedad interesante de los **triángulos rectángulos**: la suma de los cuadrados de las longitudes de los **catetos** es igual al cuadrado de la longitud de la **hipotenusa** del triángulo. A esta propiedad — que tiene muchas aplicaciones en la ciencia, el arte, la ingeniería y la arquitectura — se le conoce como **Teorema de Pitágoras**.

Teorema de Pitágoras: $h^2 = c_1^2 + c_2^2$

Entonces:



$$\begin{aligned} &\text{Despejando,} \\ &h = \sqrt{a^2 + b^2} \\ &a = \sqrt{h^2 - b^2} \\ &b = \sqrt{h^2 - a^2} \end{aligned}$$

Recordemos que:

- el triángulo es **rectángulo** porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó $\pi / 2$ radianes.
- la **hipotenusa** es el lado opuesto al ángulo recto

Nota: h siempre es mayor que los dos catetos, es decir, $h > a$ y $h > b$.

El teorema de Pitágoras es uno de los resultados más conocidos de las matemáticas y también uno de los más antiguos. Existen cientos de demostraciones de este resultado.

La pirámide de Kefrén (siglo XXVI a. C.) fue construida en base al llamado *triángulo sagrado egipcio*, que es el triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5.

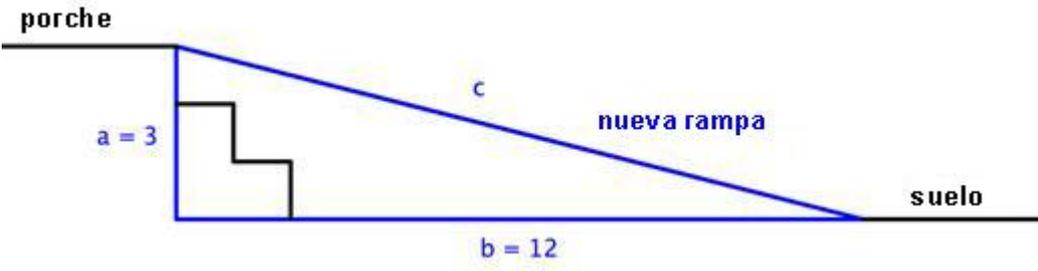
La comprensión del teorema es sencilla y tiene muchas aplicaciones en la vida cotidiana, como veremos en los problemas de esta sección. Pero también tiene sus aplicaciones en las matemáticas avanzadas (análisis vectorial, análisis funcional...).

Ingresa al siguiente link:

- <https://www.youtube.com/watch?v=fFA2ChUj1HM>

Usando el teorema para resolver problemas del mundo real

El Teorema de Pitágoras es tal vez una de las fórmulas más usadas que verás en matemáticas porque hay muchas aplicaciones en el mundo real. Los arquitectos e ingenieros usan esta fórmula extensivamente cuando construyen edificios, puentes, y rampas. Observa los siguientes ejemplos.

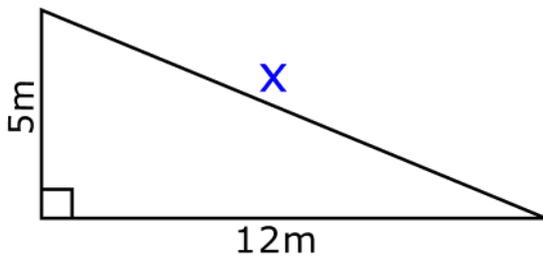
Ejemplo	
<p>Problema Los dueños de una casa quieren convertir los escalones de la entrada en una rampa. El porche mide 3 pies por encima del suelo, y debido a regulaciones de construcción, la rampa debe empezar a una distancia de 12 pies de la base del porche. ¿Qué tan larga será la rampa?</p> <p>Usa una calculadora para encontrar la raíz cuadrada, y redondea tu respuesta a la décima más cercana.</p>	
<p>Para resolver un problema como este, es buena idea dibujar un diagrama simple que muestre los catetos y la hipotenusa del triángulo.</p> 	

Ejemplo

Problema **Un barco tiene una vela con forma de triángulo rectángulo. El lado más largo de la vela mide 17 yardas, y el lado de abajo de la vela mide 8 yardas. ¿Qué tan alta es la vela?**

Actividades

1- De la figura mostrada, calcular la longitud de la hipotenusa.



2- Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm. Dibuja una figura de análisis y ubica los datos.

3- Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿Cuánto mide el otro lado? Dibuja una figura de análisis y ubica los datos.

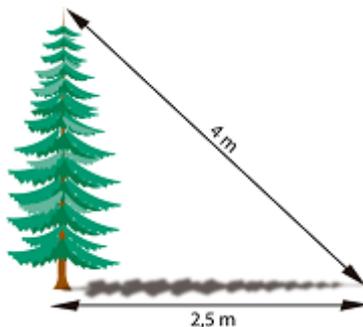
4- Tenemos dos triángulos. Un triángulo ABC cuyas medidas son 8, 15 y 17 y otro DEF de medidas 7, 23 y 25. Escribe sí o no para indicar si los triángulos son o no rectángulos.

ABC DEF

Recuerda: Para que el triángulo sea rectángulo el cuadrado de lado mayor ha de ser igual a la suma de los cuadrados de los dos menores.

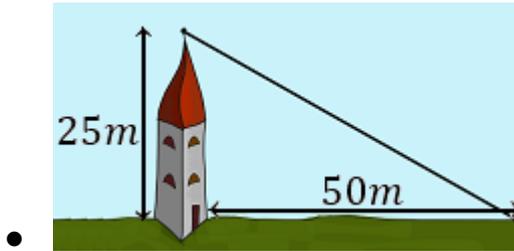
5- Problemas

- Problema 1



Al atardecer, un árbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol?

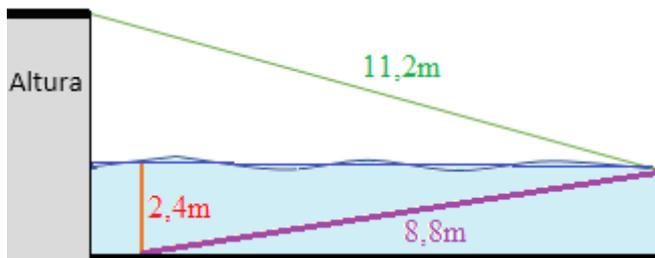
- *Problema 2*



Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?

- *Problema 3*

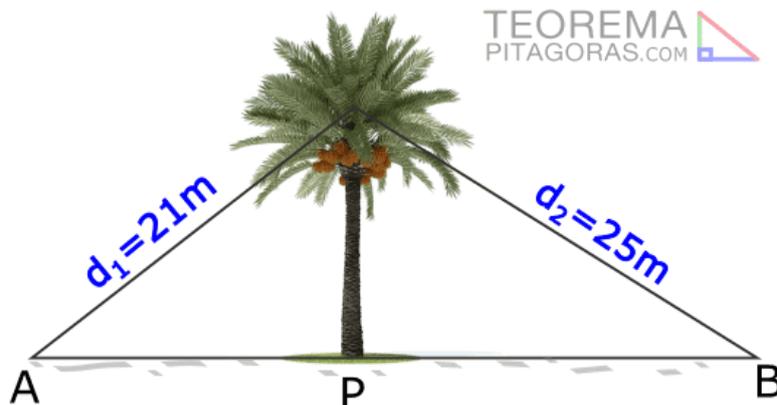
Un clavadista está entrenando en una piscina con una plataforma. Cuando realiza el salto, cae a una distancia de 1 metro de la plataforma sumergiéndose 2,4 metros bajo el agua. Para salir a la superficie, bucea hasta el final de la piscina siguiendo una línea transversal de 8,8 metros de longitud.



Si la longitud desde la parte superior de la plataforma al lugar en donde emerge del agua es de 11,2 metros, ¿cuál es la altura de la plataforma (desde el nivel del agua)?

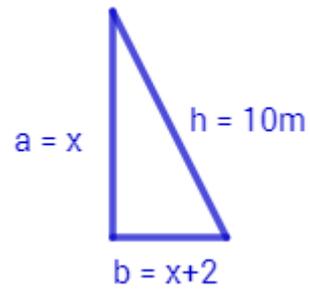
- *Problema 4*

Una palmera de 17 metros de altura se encuentra sujeta por dos cables de 21m y 25m respectivamente. En la figura se pide calcular la distancia AB.



- *Problema 5 (teorema de Pitágoras y ecuaciones). Todos los cursos excepto 6to 4ta.*

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 metros y sus catetos miden x y $x+2$:



¿Cuánto miden los catetos?