

REVISIÓN DE CONTENIDOS: **todo deberá estar copiado en sus carpetas.**

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS: **Función cuadrática-Aplicaciones a la Física**

La Matemática y la Física (III)

La función cuadrática y la caída libre de un cuerpo

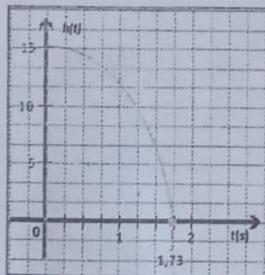
En Física, se utilizan diferentes conceptos matemáticos para describir fenómenos. Por ejemplo, la caída libre de un cuerpo se describe mediante una función de segundo grado:

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

donde h es la altura en cada instante t a la que se encuentra el cuerpo del suelo, g es la aceleración de la gravedad ($g \cong 10 \text{ m/s}^2$), v_0 es la velocidad inicial y h_0 es la altura a la que se encuentra el objeto al inicio de la caída.

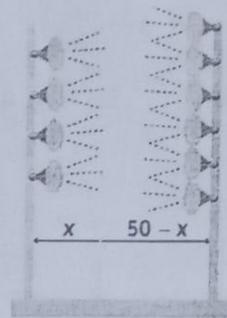
Si un cuerpo cae desde 15 m de altura, aplicando la fórmula de caída libre de los cuerpos, como $v_0 = 0$ (porque la piedra simplemente se suelta) y $h_0 = 15 \text{ m}$, resulta: $h(t) = 15 - 5t^2$.

A partir de esta fórmula, se puede realizar un gráfico, calculando, para ello, el vértice y los ceros:



- Teniendo en cuenta el gráfico, respondan:
- a) ¿Cuántos segundos tarda la piedra en llegar al suelo?
- b) ¿Después de cuántos segundos de iniciada la caída se encuentra a 10 m del suelo?

© Ángel Estrada y Cía. S. A. - Prohibida su fotocopia. Ley 11.723



Se designa con x a la distancia del punto buscado al grupo de 4 altavoces; la distancia entre ese punto y el otro grupo de altavoces será: $50 - x$, como muestra la figura.

El sonido y los altavoces

En un estadio hay 10 altavoces distribuidos en dos grupos, cada uno ubicado en sendas columnas separadas por 50 m entre sí. Un grupo consta de 4 aparatos y el otro, de 6. Nos interesa conocer a qué distancia hay que ubicarse para que el sonido se escuche con igual intensidad.

Como la intensidad del sonido disminuye en proporción al cuadrado de la distancia, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{4}{6} = \frac{x^2}{(50 - x)^2}$$

Una vez realizados los cálculos algebraicos, se obtiene la ecuación cuadrática:

$$-2x^2 - 400x + 10.000 = 0$$

cuyas soluciones son: $x_1 = 22,5$; $x_2 = -222,5$.

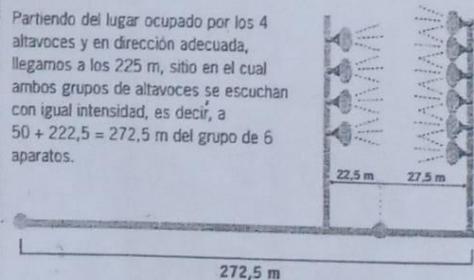
El valor positivo se interpreta indicando que el punto buscado se encuentra a 22,5 m de distancia del grupo de 4 altavoces, y, por lo tanto, a

$$50 - 22,5 \text{ m} = 27,5 \text{ m}$$

del grupo de 6 aparatos.

El otro valor, a pesar de ser negativo, tiene sentido porque se interpreta indicando que el otro punto de ubicación buscado, con igual audición, se encuentra en *dirección opuesta* al punto positivo, que se consideró al proponer la ecuación.

Partiendo del lugar ocupado por los 4 altavoces y en dirección adecuada, llegamos a los 225 m, sitio en el cual ambos grupos de altavoces se escuchan con igual intensidad, es decir, a $50 + 222,5 = 272,5 \text{ m}$ del grupo de 6 aparatos.



Aquí un link donde encontrarán material (video) sobre Aplicación de Función Cuadrática:

<https://youtu.be/iwfSGtV6O2s?si=hriWXUeoiHH1LHI>

Otros ejemplos:

Después de varios días de observación un biólogo planteó una hipótesis acerca del comportamiento de las mariposas. “El número de mariposas que se ven en el campo es proporcional al cuadrado de la temperatura”. Para una temperatura de $90^{\circ} F$, el biólogo contó 81 mariposas. [Extraído de Matemática I-FCA-UNER]

Solución:

Si llamamos m a la cantidad de mariposas, t a la temperatura, la función que relaciona estas dos variables es $m(t) = k \cdot t^2$ donde k es una constante de proporcionalidad. Para hallarla reemplazamos los datos:

$$81 = k (90)^2$$

$$k = \frac{1}{100}$$

$$m(t) = \frac{1}{100} t^2$$

Cuando la temperatura sea de $80^{\circ} F$, entonces

$$m(80) = \frac{1}{100} (80)^2 = 64$$

Luego para una temperatura de $80^{\circ} F$ habrá 64 mariposas.

Actividades: realizarlas en la carpeta.

- 1) Un arquero lanza una flecha en dirección vertical y hacia arriba, desde una posición de 2,5 m. La flecha sigue una trayectoria parabólica, cuya función tiene la siguiente expresión:

$$f(t) = -8t^2 + 8t + 2,5, \text{ con } t \text{ en } s(\text{segundos})$$

Resuelvan y respondan:

- ¿Cuánto tarda la flecha en llegar nuevamente a la altura de los 2,5 m?
- La ecuación $-8t^2 + 8t + 2,5 = 0$, ¿tiene intersección en t ? ¿y en el eje “ y ”? En caso afirmativo, ¿cuál es el/los valores de t ?
- La ecuación $-8t^2 + 8t = 0$, ¿tiene intersección en t ? ¿y en el eje “ y ”? En caso afirmativo, ¿cuál es el/los valores de t ? ¿cuál es el valor de y ?
- Representen ambas funciones en coordenadas cartesianas (pueden usar la aplicación de GeoGebra del celular).

2)

1. Una jugadora de voleibol realiza un pase a su compañera, el balón fue lanzado verticalmente para tener tiempo a reubicarse, de acuerdo a los especialistas, el balón subió de acuerdo a la función $y = f(t)$, en donde $f(t) = 18t - 4.9t^2$, siendo t el tiempo en segundos y $y = f(t)$ la altura en metros.



- Haz una gráfica de función en el intervalo que va de cero a cinco segundos.
- ¿En qué tiempo alcanza la altura máxima?
- ¿A qué altura se encuentra a los 2 segundos?
- ¿En qué tiempo regresa al punto de partida?