ESCUELA NORMAL "JOSÉ M. TORRES"

BLOG TALLER DE MATEMÁTICA

MATEMÁTICA 6to año (todas las divisiones)

CLASE 5–*Sistema de Ecuaciones mixtos*

COPIAR EN LA CARPETA

Sistemas de ecuaciones no lineales. Sistemas de ecuaciones mixtos

Aprendimos a resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos variables mediante los métodos gráfico, de sustitución y de igualación. Estaremos usando estos mismos métodos mientras resolvemos sistemas no lineales de ecuaciones, con dos ecuaciones y dos variables. Al decir sistemas "no lineales" o "mixtos" incluye a aquellos que tienen al menos una ecuación de grado distinto a uno, está multiplicada por otra variable, o contiene funciones no lineales como trigonométricas, logarítmicas, exponenciales, etc.).

Ejemplos de ecuaciones

1. $2x+1=7$	1 VARIABLE	LINEAL
2. $x^2-4=0$	1 VARIABLE	NO LINEAL CUADRÁTICA
3. $x-2y=3$	2 VARIABLES	LINEAL
4. $x^2+y^2=4$	2 VARIABLES	NO LINEAL CUADRÁTICA

En nuestro caso, en particular vamos a estudiar, en principio, sistemas de ecuaciones con dos incógnitas no lineales dónde intervienen ecuaciones de primer y segundo grado y también con dos ecuaciones de segundo grado.

La solución de dicho sistema es el conjunto de pares ordenados (x,y) que lo verifiquen. En un sistema no lineal, puede haber más de una solución. Veremos esto a medida que resolvamos un sistema de ecuaciones no lineales mediante la gráfica.

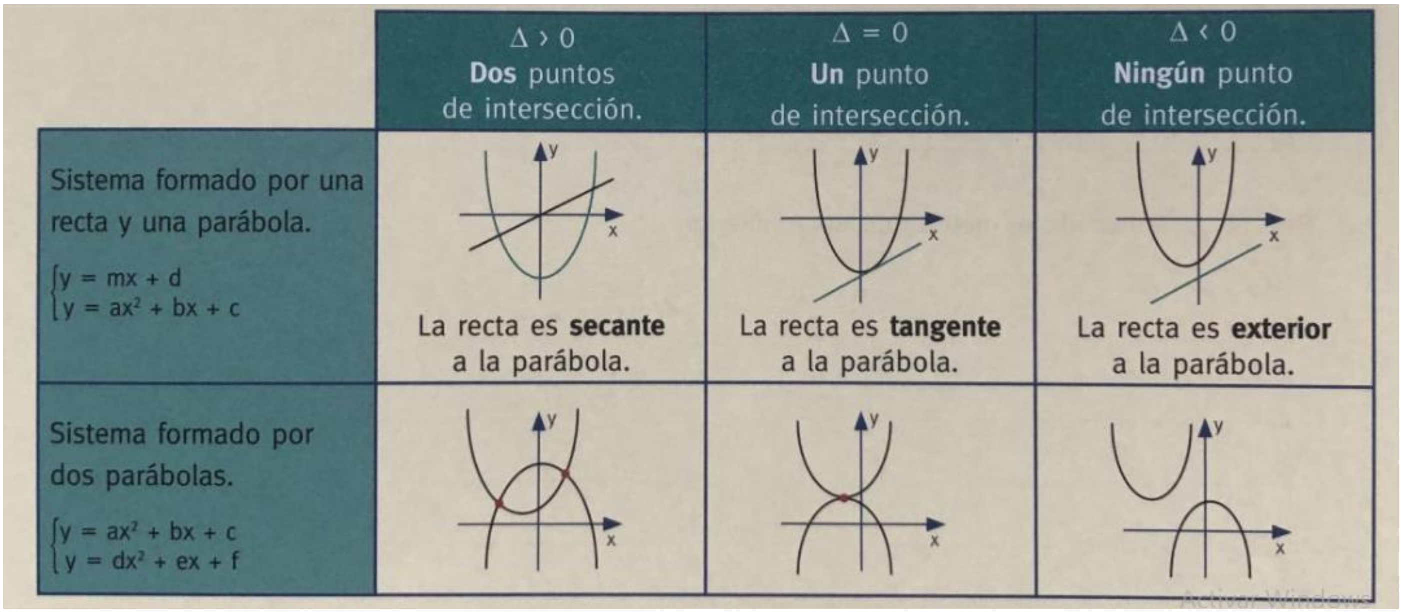
Gráficamente quedan representados por una recta y una parábola, o bien, por dos parábolas.

Existen distintos métodos de resolución analítica y también se pueden resolver de forma gráfica.

Dentro de los métodos analíticos vamos a trabajar con los llamados métodos de igualación y sustitución.

En los casos en que el sistema esté formado al menos por una ecuación de segundo grado, luego de haber aplicado algún método analítico para su resolución, nos quedará una ecuación cuadrática y podremos reconocer cuántas soluciones obtendremos, analizando el discriminante de la ecuación cuadrática que surge al resolver el sistema por el método de igualación o sustitución.

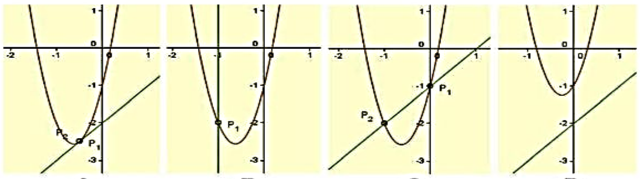
Analicemos lo dicho anteriormente pero desde el enfoque gráfico.



	$\Delta > 0$ **Dos** puntos de intersección.	$\Delta = 0$ **Un** punto de intersección.	$\Delta < 0$ **Ningún** punto de intersección.
Sistema formado por una recta y una parábola. $\begin{cases} y = mx + d \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$	La recta es **secante** a la parábola.	La recta es **tangente** a la parábola.	La recta es **exterior** a la parábola.
Sistema formado por dos parábolas. $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = dx^2 + ex + f \end{cases}$			

Tipos de soluciones

- Teniendo en cuenta la resolución grafica podemos deducir que existen tres tipos de soluciones en estos sistemas:
  - Una sola solución: la recta y la parabola se cortan en un solo punto (ejemplo A y B)
  - Dos soluciones: la recta y la parábola se cortan en dos puntos. (ejemplo C)
  - Sin solución: la recta y la parabola no se intersecan. (ejemplo D)



A. **B.** **C.** **D.**

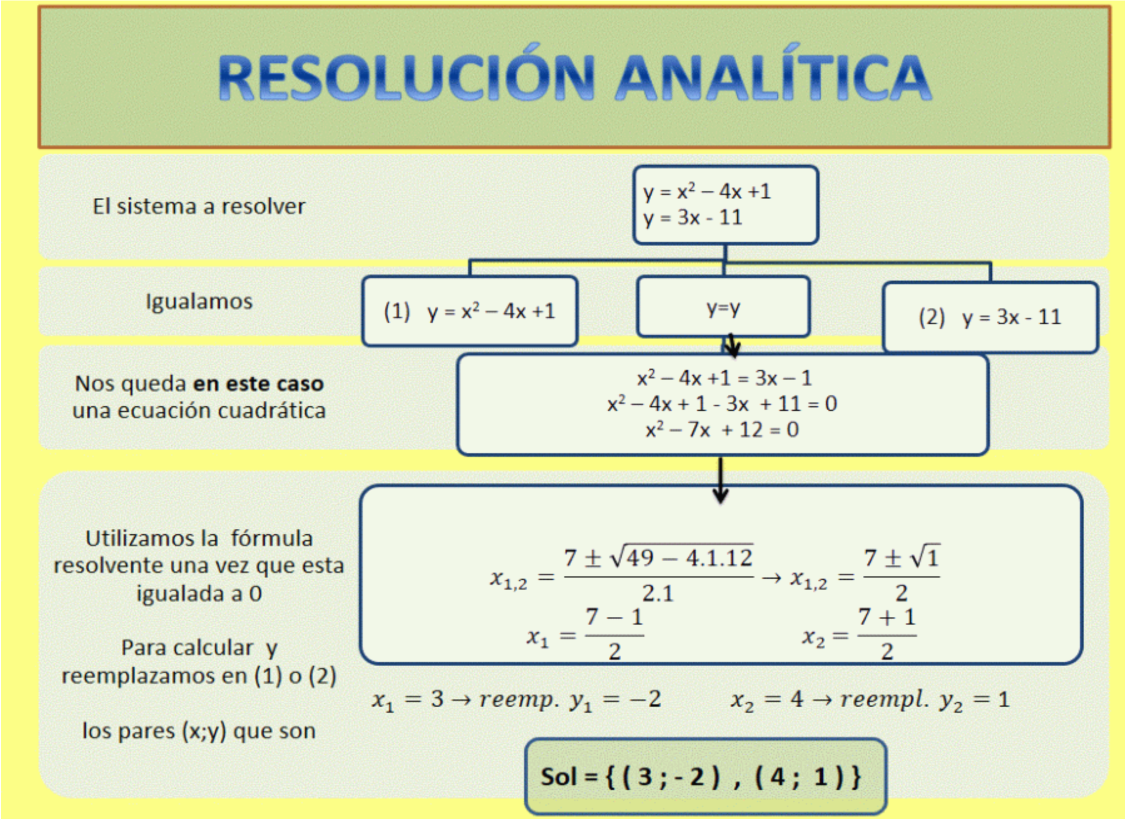
Lo mismo ocurre si se trata de dos ecuaciones cuadráticas, es decir si fueran dos parábolas.

Para resolver analíticamente este tipo de sistema, se utilizan los métodos ya conocidos, eligiendo el más conveniente. Debes tener en cuenta que una de las ecuaciones es de segundo grado o ambas.

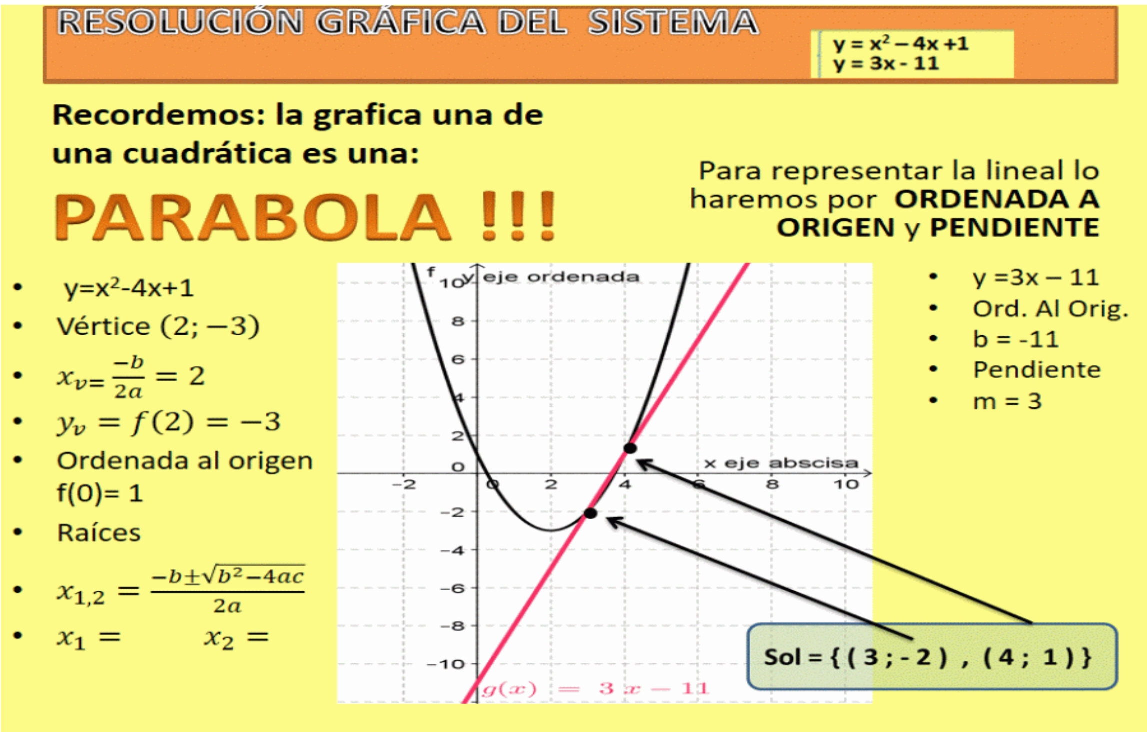
Ejemplo.

En este ejemplo vemos que se encuentra ya despejada la variable **y** de ambas ecuaciones y luego se recurre al método de igualación.

Luego de resolver analíticamente se realiza la resolución gráfica para que podamos comprender el significado gráfico de las soluciones obtenidas.



.



ACTIVIDADES

1) Resuelve en tu carpeta los siguientes sistemas con cualquiera de los métodos analíticos dados en clases

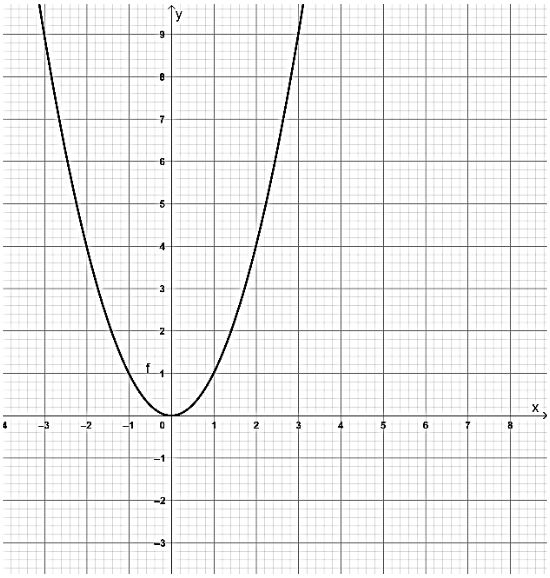
$$a)\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x^2 - x + 5 \end{cases}$$

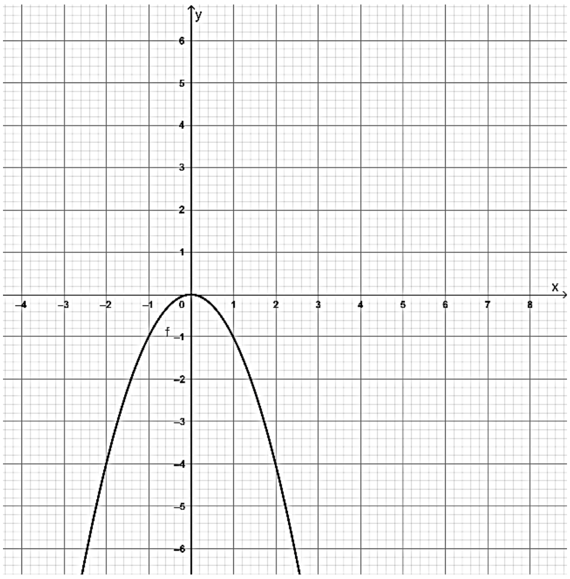
$$b)\begin{cases} y = 3x^2 + 2x + 1 \\ y = x^2 + x - 4 \end{cases}$$

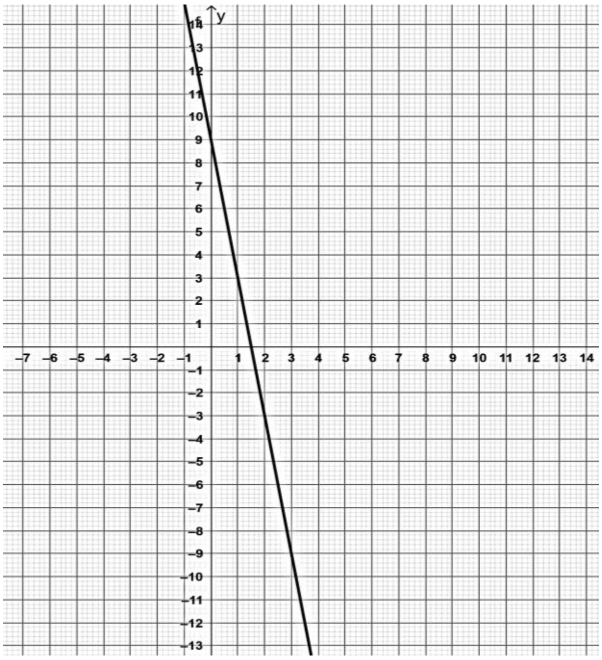
2) Dados los siguientes sistemas mixtos:

a) Resuelve el sistema analíticamente
b) Completa el gráfico
c) Compara el conjunto solución obtenido en ambos métodos, realiza correcciones en caso de ser necesario.

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -6x + 9 \\ y = -x^2 \end{cases}$$



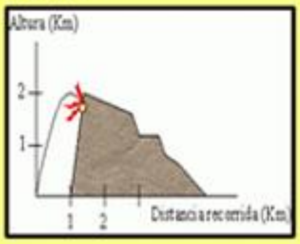




3)

Problemas para interpretar plantear y resolver

a • Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada y (en Km) y los kilómetros recorridos x están relacionados por la ecuación **$y = -2x^2 + 4x$**. A 1 Km del lugar de lanzamiento se encuentra una montaña cuya ladera oeste sigue la recta de ecuación **$y = 6x - 6$**. Halla el punto de la montaña donde se producirá el impacto.



b • El costo total de producción de "x" unidades de un determinado artículo está dado por l función $C(x) = x^2 + 2x + 360$ y los ingresos obtenidos por las venta por $I(x) = -x^2 + 74x$ Se solicita

Graficar las dos funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos
¿Cuál son las restricciones que se deben realizar para para que la situación tenga sentido
¿A partir de que cantidad de unidades las costos igualan a las ganancias
Que pasa para cantidades inferiores y para las mayores a la obtenida en el ítem anterior

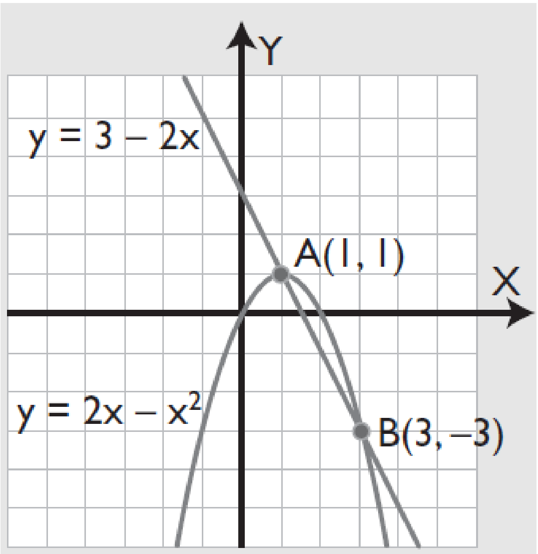
4) Observando cada una de las siguientes gráficas

I) Responde:

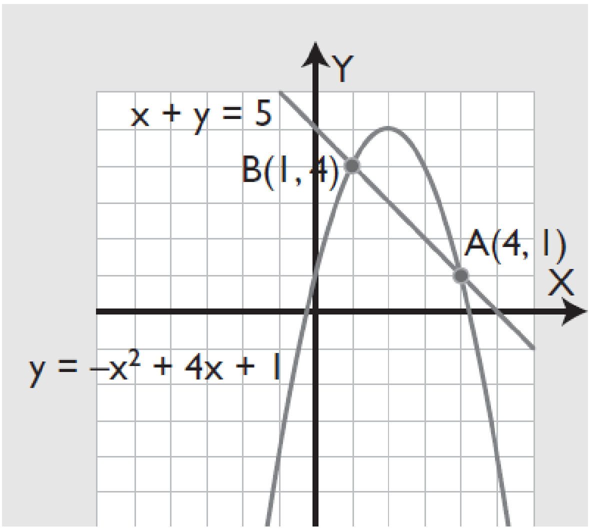
i. ¿Qué tipos de graficas puedes identificar en el sistema de ejes cartesianos?
ii. ¿Qué representan en conjunto ambas gráficas en un mismo sistema de ejes?
iii. ¿Qué significado tienen los puntos de intersección A y B desde el punto de vista algebraico?

II) Escribe el sistema de ecuaciones que representa cada una, resuélvelo por el método de igualación y verifica que coincida con las soluciones gráficas.

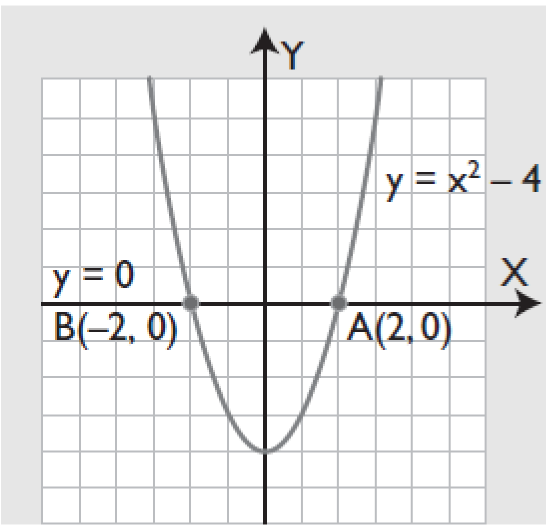
a)



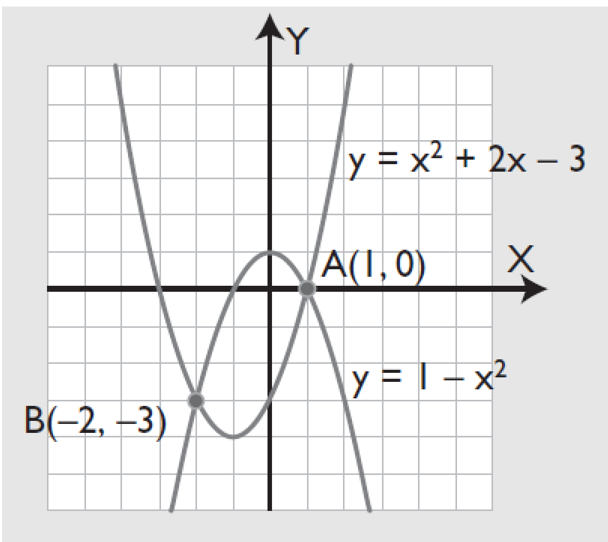
b)



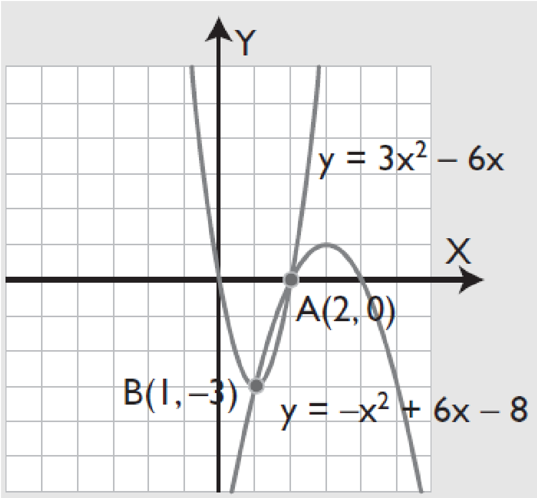
c)



d)



e)



5) Resuelve el siguiente problema analítica y gráficamente.

Un móvil A lleva un movimiento uniforme de ecuación e = 2t. Otro móvil B lleva un movimiento uniformemente acelerado de ecuación e = t^2. El tiempo se expresa en segundos, y el espacio, en metros. Halla en qué instantes se encuentran.