

EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y ECUACIONES

Situación problemática:

Lautaro y Martín realizan un juego en donde deben encontrar el número al que se refiere la frase, pero en esta oportunidad ambos necesitan ayuda: ¿Te animas a ayudarlos?.

- ✓ El número que debe descifrar Lautaro es : ***“el doble del cuadrado de cinco, aumentado en la raíz cúbica de veintisiete”***
- ✓ El número que debe descifrar Martín es: ***“el producto entre la raíz cuarta de ochenta y uno y la raíz cuadrada de cuatro.”***

¿De qué números estamos hablando?

Desarrollo:

LENGUAJE COLOQUIAL Y SIMBÓLICO

El **LENGUAJE COLOQUIAL** es el que se utiliza cotidianamente y está compuesto por palabras, puede ser escrito u oral.

El **LENGUAJE SIMBÓLICO** es el utilizado por la Matemática para expresar propiedades o fórmulas y está compuesto por números, letras, operaciones y relaciones. Es por ello que muchas veces se utilizan las letras para representar números en general.

En matemática constantemente pasamos del lenguaje simbólico al coloquial y viceversa, puesto que esto permite el planteamiento y la resolución de distintas situaciones problemáticas.

Algunos ejemplos:

LENGUAJE COLOQUIAL	LENGUAJE SIMBÓLICO
✓ La diferencia entre nueve y siete es dos	$9 - 7 = 2$
✓ El triple de cinco, aumentado en ocho es igual veintitrés.	$3 \cdot 5 + 8 = 23$
✓ Un número cualquiera.	x (puede utilizarse cualquier letra)
✓ El siguiente de un número	$x + 1$
✓ La suma de dos números es igual a trece	$a + b = 13$
✓ La raíz cúbica de un número es igual a ocho	$\sqrt[3]{x} = 8$

Actividades de Lenguaje coloquial y simbólico

- 1) Expresar en lenguaje simbólico las siguientes expresiones y resolver.**

a) El doble de treinta y dos. i) El doble de veinte, más cincuenta.
b) El triple de quince. j) El cociente entre la raíz cuadrada de dieciséis y dos.
c) El quíntuple de veinte. k) El producto entre el cuadrado de cinco y el doble de tres.
d) La mitad de cuarenta y dos l) La cuarta parte de la suma entre veinte y dieciséis.
e) La tercera parte de veintiseis m) La diferencia entre cinco y la raíz cúbica de ocho.
f) La diferencia entre la mitad de diez y tres
g) El doble de la suma entre cinco y cuatro
h) La tercera parte de la diferencia entre ocho y cinco.

2) Expresar en lenguaje coloquial cada operación.

a) $18 : 2 - 5 \rightarrow$
b) $2 \cdot (17 + 3) \rightarrow$
c) $52 \cdot 12 \rightarrow$
d) $3 \cdot (5 - 2) \rightarrow$

3) Unir con flechas:

El doble de quince, más treinta	$2 \cdot (15 + 30)$
El doble de quince más treinta	$2 \cdot 30 - 15$
Quince más el doble de treinta	$15 + 2 \cdot 30$
. El doble de treinta, disminuido en quince	$2 \cdot 15 + 30$
El doble de treinta disminuido en quince	$(30 - 15) \cdot 2$

4) Escribir V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Justifica resolviendo cada operación.

a) El doble de dieciocho es treinta y seis. _____
b) La diferencia entre cincuenta y veinticuatro es setenta y cuatro. _____
c) El triple de seis es doce. _____
d) La cuarta parte de dieciséis es cuatro. _____
e) Doce disminuido en cuatro unidades es ocho. _____
f) La suma entre siete y veinte es veintiocho.

- 5) Completar el siguiente cuadro, expresando en lenguaje simbólico las siguientes frases.

LENGUAJE COLOQUIAL	LENGUAJE SIMBÓLICO
El triple de un número	
La mitad de la suma de a y b	
El siguiente de un número	
El anterior de un número	
El doble de un número	
La mitad de un número	
El doble de un número más su siguiente	
El quíntuple de la diferencia de a y b	
La tercera parte de un número	
La mitad de un número, aumentado en seis	

- 6) Unir con flechas

El producto entre un número y su consecutivo	$3 \cdot x - 3$
El triple del consecutivo de un número	$3 \cdot (x + 3)$
El triple de un número	$x \cdot (x + 1)$
El triple de la suma entre un número y tres	$3x$
El triple de un número menos tres	$3 \cdot (x + 1)$

- 7) Marcar con una X la opción correcta.

- a) El cuádruple de la suma entre un número y dos.

$$(4 + x) \cdot 5 \quad \boxed{} \quad 4 \cdot (x + 2) \quad \boxed{} \quad 4 \cdot x + 2 \quad \boxed{} \quad 4 \cdot x^2 \quad \boxed{}$$

- b) La tercera parte de la suma entre un número y tres.

$$(x + 3) : 3 \quad \boxed{} \quad x + 3 : 3 \quad \boxed{} \quad x : 3 + 3 \quad \boxed{} \quad 3 \cdot x + 3 \quad \boxed{}$$

8) Situación problemática:

*El quíntuple de mi edad disminuido en tres unidades es igual a cuarenta y siete.
¿Cuánto tengo?*

El doble de mi edad es dieciocho. ¿Cuántos años tengo?

*La cuarta parte de la
suma entre mi edad y
dos es igual a tres.
¿Cuántos años tengo?*



Plantear la expresión y calcular cuántos años tiene Lucas, Antonella y Matías

- ✓ Lucas →
 - ✓ Antonella →
 - ✓ Matías →

ECUACIONES

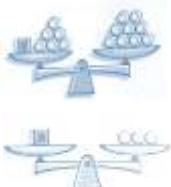
Una **ECUACIÓN ES UNA IGUALDAD** en la que hay por lo menos un valor desconocido (incógnita). Por ejemplo, en el problema anterior la incógnita en cada una de las ecuaciones formadas es la edad de los niños.

Resolver una ecuación significa hallar el conjunto solución, es decir, hallar el valor o los valores de la incógnita que hace que la igualdad se cumpla.

¿CÓMO RESOLVEMOS UNA ECUACIÓN?

Para poder resolver ecuaciones es necesario conocer dos nuevas propiedades:

- **Propiedad uniforme:** establece que, si se aumenta o disminuye la misma cantidad en ambos miembros, la igualdad se conserva.
 - **Propiedad cancelativa:** dice que en una igualdad se pueden suprimir dos elementos iguales en ambos miembros y la igualdad no se altera.



$$x + 6 = 9$$

$$x + 6 - 6 = 9 - 6 \rightarrow \text{Propiedad Uniforme (Agregamos -6 a ambos miembros)}$$

$x + 6 - 6 = 9 - 6 \rightarrow$ Propiedad cancelativa (como 6 y -6 son opuestos, los podemos "cancelar")

VERIFICACIÓN

Para demostrar que la ecuación esta bien resuelta hay que reemplazar el valor obtenido en nuestra ecuación original y verificar que en ambos miembros de la igualdad tengamos el mismo resultado:

$$\begin{array}{r} x + 6 = 9 \\ 3 + 6 = 9 \\ \hline 9 = 9 \end{array}$$

PASOS A TENER EN CUENTA PARA RESOLVER ECUACIONES

- 1) **Identificar las variables** que tengamos en la ecuación → $x: 3 - 10 = 5$
- 2) **Despejar la incógnita a uno de los miembros de la igualdad:** Para realizar este paso debemos tener en cuenta las propiedades uniforme y cancelativa. El objetivo es lograr que nuestra incógnita o nuestras incógnitas queden de un lado de la igualdad, por lo tanto, debo ir “quitando los números” a través de la propiedad uniforme con su operación contraria:

$$x: 3 - 10 = 5$$

$x: 3 - \cancel{10} + \cancel{10} = 5 + 10 \rightarrow$ Sumamos 10 a ambos miembros. Cancelamos en el primer miembro y operamos en el segundo
 $x: 3 = 15$

$x: 3 \cdot 3 = 15 \cdot 3 \rightarrow$ Multiplicamos por 3 a ambos miembros. Cancelamos en el primero y operamos en el segundo

$x = 45 \rightarrow$ La solución es 45

- 3) **Verificar** la ecuación reemplazando el valor obtenido en la ecuación original:

$$x: 3 - 10 = 5$$

$$45: 3 - 10 = 5$$

$$15 - 10 = 5$$

$$5 = 5$$

- 9) Resolver las siguientes ecuaciones y verificar:

a) $3 \cdot x + 5 = 8$	d) $10 \cdot x - 4 = 26$
b) $2 \cdot x + 7 = 15$	e) $2 \cdot x + 8 = 20$
c) $5 \cdot x - 6 = 4$	f) $3 \cdot x + 1 = 16$

- 10) Separar en término, resolver aquellas operaciones que se puedan resolver y luego hallar el valor de la incógnita

a) $4 \cdot m - 14 \cdot 4 = 8$	d) $12 + y: 7 - 3^2 = \sqrt{25}$
b) $3 \cdot 5 + 7^0 - 2^3 = p: 2 - 1$	e) $2 \cdot z + 4 \cdot 5 + 6 \cdot z = 52$
c) $10^2 + 8 = 12 \cdot h - 6^2$	f) $5x - 14 - 2 \cdot x = 7 \cdot 4$

- 11) Completar el siguiente cuadro:

ENUNCIADO LENGUAJE COLOQUIAL	ECUACIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO	RESULTADO
	$5 \cdot x = 80$	
El doble de un número, aumentado en cinco unidades es igual a diecisiete		
	$x: 2 + 7 = 21$	
El cociente entre un número y tres es igual a la diferencia entre veinticinco y doce		

12) Expresar en lenguaje simbólico y resolver:

- El doble de la suma entre un número desconocido y cinco es igual a veinte.
- La cuarta parte de la diferencia formada por un número desconocido y doce es igual a cinco.
- El doble de la suma formada por el triple de un número y cinco es igual a setenta.

Para poder resolver estas ecuaciones es necesario utilizar la PROPIEDAD DISTRIBUTIVA.

¿CÓMO RESOLVER ECUACIONES CON PROPIEDAD DISTRIBUTIVA?

Recordamos en qué consiste la Propiedad Distributiva:

Si es una distributiva **respecto de un producto** debemos multiplicar el factor por cada uno de los elementos comprendidos dentro del paréntesis y en caso de que sea **distributiva respecto de la división**, el número que divide debe estar a la derecha y los elementos dentro del paréntesis se deben dividir por dicho número.

Veamos dos ejemplos:

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x + 4) &= 12 \\ 2x + 2 \cdot 4 &= 12 \\ 2x + 8 &= 12 \\ 2x &= 12 - 8 \\ x &= 4 : 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

1) Aplicamos propiedad distributiva

2) Resolvemos la ecuación aplicando propiedad uniforme y cancelativa

$$\begin{aligned} (24 + x) : 2 &= 20 \\ 24 : 2 + x : 2 &= 20 \\ 12 + x : 2 &= 20 \\ x : 2 &= 20 - 12 \\ x &= 8 \cdot 2 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

13) Resolver aplicando propiedad distributiva:

a) $2 \cdot (x + 4) = 14$

c) $4 \cdot (3n - 2) = 88$

e) $6 \cdot (3k + 5) = 39$

b) $3 \cdot (m + 1) =$

d) $3 \cdot (p + 7) = 15$

f) $9 \cdot (3x - 5) = 9$

Un poquito más difícil. ¿Te animas a resolver?.

14) Resolver las siguientes ecuaciones. En caso de que se repita la incógnita, sólo tenemos que “pasarlas” a un lado de la igualdad y operar con sus factores.

a) $5x + 2 = 2x + 8$

b) $3x + 15 = 30 - 2x$

c) $30 + 7x = 62 - x$

d) $8x - 1 = 6x + 5$

e) $5 \cdot (x - 2) = 3 \cdot (x + 4)$

f) $3 \cdot (x - 6) = 2 \cdot (5 - 2x)$

¿CÓMO RESOLVER PROBLEMAS?

El procedimiento para resolver problemas de ecuaciones de primer grado es el siguiente:

- 1) Primer es necesario identificar la o las incógnitas del problema: Debemos saber qué es lo queremos descifrar
- 2) Asignar la variable x a la incógnita del problema.
- 3) Plantear la ecuación de primer grado traduciendo el enunciado a lenguaje algebraico
- 4) Resolver la ecuación de primer grado
- 5) Interpretar la solución: Una vez tenemos la solución de la ecuación (que no es la solución del problema), debemos interpretarla para darle un sentido, obteniendo así la solución del problema

Plantear la ecuación y resolver los siguientes problemas:

- a) Las edades de Luis y Pedro suman 53 años. Si la edad de Pedro es 11 años más que la de Luis. ¿Qué edad tiene cada uno ahora mismo?
- b) Marta tiene 15 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?
- c) La suma de las edades de dos hermanas que se llevan 5 años es igual a 35. ¿Qué edades tienen?
- d) En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?
- e) Hallar un número que sumado consigo mismo da 124.
- f) La suma de dos números naturales consecutivos es 37. ¿Qué números son?
- g) La suma del doble y del triple de un número es 55. ¿De qué número se trata?
- h) El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6, si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas. ¿Cuántas mesas y sillas hay?
- i) Un número excedido en 8 es igual a su doble excedido en 32. ¿Cuál es el número?
- j) Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.
- k) A una fiesta de cumpleaños asisten 64 personas entre mujeres y hombres si el número de mujeres es 7 más que el doble de hombres, ¿cuántas mujeres asistieron?