POTENCIACIÓN

La potenciación es una operación matemática que nos permite escribir de forma abreviada una multiplicación de factores iguales.

Cantidad de veces que se repite

$$\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{5\ \text{veces}} = 2^5 = 32$$

Factor que se repite

Los elementos que intervienen son: la **BASE,** que es el número que se va a multiplicar tantas veces por sí mismo como lo indique el **EXPONENTE** para llegar al **RESULTADO** o a la **POTENCIA** buscada.

EXPONENTE

BASE $\leftarrow 2^5 = 32 \rightarrow$ POTENCIA

Veamos más ejemplos:

- $6^2 = 36 \quad porque \ \ 6 \,.\, 6 = 36$ → Se lee: "seis al cuadrado es igual a treinta y seis"
- $4^3 = 64 \quad porque \ \ 4 \,.\, 4 \,.\, 4 = 64$ → Se lee: "cuatro al cubo es igual a sesenta y cuatro"
- $3^4 = 81 \quad porque \ \ 3 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 3 = 81$ → Se lee: "tres elevado a la cuarta es igual a ochenta y uno"
- $10^5 = 100000 \quad porque \ \ 10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 10 \,.\, 10 = 100000$ → Se lee:" diez elevado a la quinta es igual a cien mil"

ATENCION → UN ERROR COMÚN de calcular una potencia es el siguiente:

$\mathbf{2^3 = 2.3 = 6}$ **(Multiplicar la base con el exponente) → INCORRECTO**

$\mathbf{2^3 = 2\,.\,2\,.\,2 = 8}$ **→ CORRECTO**

CASOS PARTICULARES

Si el EXPONENTE ES 1 (UNO), la potencia es igual a la base

$5^1 = 5 \qquad 75^1 = 75 \qquad 923^1 = 923$

Si el EXPONENTE ES 0 (CERO), la potencia siempre va a ser 1 (uno)

$85^{\mathbf{0}} = 1 \qquad 1125^{\mathbf{0}} = \mathbf{1} \qquad 287^{\mathbf{0}} = \mathbf{1}$

Si la BASE ES 10 (DIEZ), el exponente indica la cantidad de ceros que debe llevar la potencia seguida de la unidad

$10^{\mathbf{2}} = 1\mathbf{00} \qquad 10^{\mathbf{5}} = 1\mathbf{00000} \qquad 10^{\mathbf{3}} = 1\mathbf{000}$

Si en el exponente no hay ningún número, se entiende que el exponente es igual a 1 (uno)

$5 = 5^1 = 5 \qquad 8 = 8^1 = 8 \qquad 9 = 9^1 = 9$

PROPIEDADES

Producto de potencias de igual base

Se mantiene la misma base y se suman los exponentes.

$$a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$$

$$3^2 \,.\, 3^0 \,.\, 3 = 3^{(2+0+1)} = 3^3 = 27$$

Cociente de potencias de igual base

Se mantiene la misma base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$3^6 : 3^2 = 3^{(6-2)} = 3^4 = 81$$

Potencia de potencia

Se mantiene la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m\,.\,n}$$

$$(2^3)^2 = 2^{(3\,.\,2)} = 2^6 = 64$$

Distributiva respecto de la multiplicación y división

$$(a\,.\,b)^n = a^n\,.\,b^n$$

$$(4\,.\,3)^2 = 4^2\,.\,3^2 = 16\,.\,9 = 144$$

$$(a:b)^n = a^n : b^n$$

$$(10:2)^2 = 10^2 : 2^2 = 100:4 = 25$$

ACLARACIONES

La propiedad DISTRIBUTIVA sólo se puede aplicar cuando tenemos multiplicación y división (dentro de un paréntesis), NUNCA EN SUMAS O RESTAS. En estos casos, tenemos que resolver dicha operación y luego aplicar potencia.

$$(2+5)^2 \neq 7^2 + 5^2$$

La forma correcta es: $(2+5)^2 = 7^2 = 49$

Cuando combinamos dos o más propiedades de la potenciación el orden de resolución es de izquierda a derecha.

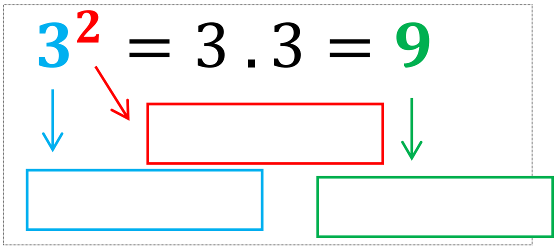
Por ejemplo: $\underbrace{6^{15}\,.\,6^3} : 6^{16} =$

$$\underbrace{6^{18} : 6^{16}} =$$

$$6^2 = 36$$

Actividades de potenciación

1) Completar los casilleros vacíos con los nombres correspondientes:



2) Escribir la potencia de los siguientes cálculos y resolver

a) $\square^{\square} = 5 . 5 . 5 = \square$

b) $\square^{\square} = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = \square$

c) $\square^{\square} = 3 . 3 = \square$

d) $\square^{\square} = 7 . 7 . 7 = \square$

e) $\square^{\square} = 3 . 3 . 3 . 3 = \square$

f) $\square^{\square} = 9 . 9 = \square$

3) Calcular las siguientes potencias

a) $7^2 =$

b) $3^4 =$

c) $1^8 =$

d) $8^1 =$

e) $10^5 =$

f) $5^3 =$

g) $1^{20} =$

h) $33^0 =$

i) $6^3 =$

j) $11^2 =$

k) $2^6 =$

l) $9^2 =$

4) Completa con V o F. Demostrar

a) $(5+3)^2 = 5^2 + 3^2$ $\square$

b) $(5 . 3)^2 = 5^2 . 3^2$ $\square$

c) $(8-4)^2 = 8^2 - 4^2$ $\square$

d) $(8 : 4)^2 = 8^2 : 4^2$ $\square$

e) $2^3 = 3^2$ $\square$

f) $(2^7)^2 = 2^7 . 7^2$ $\square$

5) Resolver aplicando propiedades.

a) $3^2 . 3^4 : 3^3 =$

b) $2^3 . 2 . 2^0 . 2^2 =$

c) $5^7 : 5^5 =$

d) $8^{43} : 8^{10} . 8^{25} : 8^{57} =$

e) $6^0 =$

f) $(2^2)^3 . 2^2 : 2^4 =$

g) $(326 . 12)^0 =$

h) $(5^4)^2 : (5^3)^2 =$

i) $(4^3 . 4^2) : 4^5 =$

j) $12^{26} . 12^2 : 12^{26} =$

k) $(3^2)^2 . 3^2 =$

l) $(2 . 2^2)^2 : (2^3 . 2^0) =$

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa a la potencia. Para entenderla mejor, comencemos con la siguiente pregunta: ¿Qué número elevado al cubo nos da 125? → $\boxed{}^{3} = 125$. Sabemos que dicho número es 5, porque 5.5.5 = 125.

En este caso estamos buscando la base de la potenciación, esto se traduce de manera simbólica a la nueva operación: la RADICACIÓN, que está conformado por el **RADICANDO** (número que se encuentra dentro del radical), el **ÍNDICE** (número pequeño que figura en la parte superior izquierda del signo radical e indica a qué potencia se debe elevar el resultado para obtener al radicando), y la **RAÍZ** que es el resultado de la operación que al multiplicarlo por sí mismo tantas veces cómo lo indica el índice se obtiene el valor del radicando.

SIGNO RADICAL

ÍNDICE ← $\sqrt[3]{125} = 5 \quad \text{porque} \quad 5^3 = 125$

RADICANDO **RAÍZ**

Pregunta para calcular una raíz:

- $\sqrt[3]{27} =$ → ¿Qué número multiplicado 3 veces por sí mismo da 27? O ¿Qué número elevado al cubo da 27?

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad porque \quad 3^3 = 27$$

- $\sqrt[4]{10000} =$ → ¿Qué número elevado a la cuarta potencia da 10000?

$$\sqrt[4]{10000} = 10 \quad porque \quad 10^4 = 10000$$

ACLARACIÓN

Si en un radical no se encuentra ningún índice, se asume que es una raíz cuadrada y por lo tanto el índice es 2.

$$\sqrt{9} = 3 \quad \boldsymbol{porque}\ 3^2 = 9 \qquad\qquad \sqrt{4} = 2 \quad \boldsymbol{porque}\ 2^2 = 4$$

¿CÓMO SE LEEN LAS RAICES?

- $\sqrt[2]{4}$ → se lee: “raíz cuadrada de cuatro”
- $\sqrt[3]{8}$ → se lee: “raíz cúbica de ocho”
- $\sqrt[4]{16}$ → se lee: “raíz cuarta de dieciséis”
- $\sqrt[5]{32}$ → se lee: “raíz quinta de treinta y dos”

PROPIEDADES

Distributiva en multiplicación y división

Se distribuye el símbolo radical para cada uno de los radicandos, respetando la operación que corresponde.

$$\sqrt[n]{a \,.\, b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[2]{4\,.\,9} = \sqrt{4}\,.\,\sqrt{9} = 2\,.\,3 = 6$$

$$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt{64 : 16} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$$

Reciproca de la distributiva

Para multiplicar o dividir raíces que tengan igual índice, se escribe un solo símbolo radical con el mismo índice y el radicando es igual a la multiplicación o división de los radicandos dados, según corresponda.

$$\sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \,.\, b}$$

$$\sqrt{4}\,.\,\sqrt{4} = \sqrt[2]{4\,.\,4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

$$\sqrt{64} : \sqrt{16} = \sqrt{64 : 16} = \sqrt{4} = 2$$

Raíz de raíz

Se mantiene el mismo radicando y se multiplican los índices

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3.2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

ACLARACIONES

Si al aplicar la propiedad distributiva, en el radicando aparece más de una multiplicación o combina multiplicación y división, el orden de resolución se hace de IZQUIERDA A DERECHA.

Ejemplo: $\sqrt{100.144:9} = \sqrt{100}\,.\,\sqrt{144} : \sqrt{9}$

$= 10 \;.\; 12 : 3$

$= 120 : 3$

$= 40$

La radicación NO es distributiva con respecto a la suma ni a la resta. En estos casos, tenemos que resolver dicha operación y luego resolver la radicación.

$$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

La forma correcta es: $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

Actividades de radicación

6) Completar

$$\sqrt[2]{9} = 3 \quad \rightarrow \quad 3^2 = 9$$

7) Resolver y expresar como potencia el resultado.

a) $\sqrt{9} =$ ____ *porque* ____

b) $\sqrt{25} =$ ____ *porque* ____

c) $\sqrt[3]{8} =$ ____ *porque* ____

d) $\sqrt[3]{27} =$ ____ *porque* ____

e) $\sqrt[5]{32} =$ ____ *porque* ____

f) $\sqrt{144} =$ ____ *porque* ____

g) $\sqrt{81} =$ ____ *porque* ____

h) $\sqrt[4]{81} =$ ____ *porque* ____

8) Completar:

a) $\sqrt[3]{\boxed{}} = 10$

b) $\sqrt{\boxed{}} = 8$

c) $\sqrt[4]{\boxed{}} = 2$

d) $\sqrt[2]{\boxed{}} = 11$

e) $\sqrt[4]{\boxed{}} = 5$

f) $\sqrt[3]{} = 3$

9) Resolver aplicando propiedades

a) $\sqrt{\sqrt{256}} =$

b) $\sqrt{4 . 25} =$

c) $\sqrt[4]{625 . 81} =$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

e) $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$

f) $\sqrt{2} . \sqrt{2} =$

g) $\sqrt[3]{27 . 1000} =$

h) $\sqrt{2} . \sqrt{18} =$

i) $\sqrt[3]{5} . \sqrt[3]{25} =$

j) $\sqrt{81 . 16 : 4} =$

k) $\sqrt[3]{64 . 27 . 125} =$

l) $\sqrt{\sqrt{9}} \,.\, \sqrt[4]{9} =$

m) $\sqrt[3]{\mathbf{125 . 8}} =$

10) Resolver. Antes de aplicar la raíz es necesario resolver el radicando y para ello hay que separar en términos.

a) $\sqrt{2 \cdot 15 - 20 : 4} =$

b) $\sqrt[3]{18 : 3 + 14 : 7} =$

c) $\sqrt{25 \cdot 4 + 3 \cdot 7} =$

d) $\sqrt{50 : 2 + 8 \cdot 3} =$

e) $\sqrt[3]{15 \cdot 4 + 8 : 2} =$

f) $\sqrt[3]{20 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 1} =$

g) $\sqrt{28 : 7 + 3 \cdot 5 - 3} =$

h) $\sqrt{(12 : 2 - 1) \cdot 7 + 1} =$